則古昔齋算十三種

四元解卷一

則古昔齋
海甯李善蘭學

汪君謝城以手抄元朱世傑四元玉鑑三卷見示天元之外又有地元人元物元書中每題僅列實方廉隅諸數無細草讀之茫然深思七晝夜盡通其法乃解明之先釋列位及加減乘除相消諸法復以天物相乘人地相乘諸數無可位置爲改定算格取首四問各布一細草且明開方之法恐初學仍不能通復取細草逐節繪圖詳釋之術雖深讀此可豁然矣

玉鑑首四問

今有黃方乘直積得二十四步只云股弦和九步問句幾何　答曰三步

草曰立天元一爲句如積求之得一百六十二箇黃方乘直積式 [illegible] 以一百六十二乘原積相消得開方式 [illegible] 四乘方開之得句三步

今有股冪減弦較較與股乘句等只云句冪加弦較和與句乘弦同問股幾何　答曰四步

草曰立天元一爲股地元一爲句天地配合求之得今式 [illegible] 求到云式 [illegible] 互隱通分消之內二行得太 [illegible] 外二行得太〇 [illegible] 內外相消得開方式

卌卄丨平方開之得股四步

今有股弦較除弦和和與直積等只云句弦較除弦較和與句同問弦幾何　荅曰五步

草曰立天元一爲句地元一爲股人元一爲弦三才相配求之求得今式 [illegible] 求得云式 [illegible] 求得三元之式 [illegible] 以此三式剔而消之前得式 [illegible] 後得式 [illegible]

二式皆易人爲天互隱通分相消左得 [illegible] 右得 [illegible] 內二行得 [illegible] 外二行得 [illegible]

卄丄𝍢內外相消得 [illegible] 乘方開之得弦五步

今有股乘五較與弦冪加句乘弦等只云句除五和與股冪減句弦較同問黃方帶三事其幾何　荅曰十四步

草曰立天元一爲句地元一爲股人元一爲弦物元一爲開數四象和會求之得今式[illegible]求得云式[illegible]求得三元之式[illegible]求得物元之式[illegible]四式和會消而剔之皆物易天位前得[illegible]後得[illegible]便爲左行以左行消前式得[illegible]便爲右行內二行得[illegible]○以外二行得[illegible]內外相消三約之得[illegible]平方開之得一十四步

全書二百八十八問惟此首四問有算式然亦無中間

曲折相求及諸相消法今一一解之如左

算例

凡算式皆自左而右步而左爲十百千萬步而右爲分釐毫絲其右方作○者則末位爲十作○○者則末位爲百凡末位升幾位則作幾○其不作○者則末位爲步若左方作○者則首位爲分作○○者則首位爲釐凡首位降幾位則作幾○若步下帶分釐者則分位下注一分字

凡算有正負以有＼者爲負無者爲正

凡算格以真數爲太極居於中格虛數爲四元居上下左右格太下一格爲天元再下一格爲天元自乘數再下一

格爲天元再乘數凡多一格則多一乘太左一格爲地元再左一格爲地元自乘數凡多一格則多一乘亦如之太右一格爲人元再右一格爲人元自乘數太上一格爲物元再上一格爲物元自乘數凡多一格則多一乘亦如之天元左一格爲地元乘天元數再左一格爲地元再乘天元數其右一格爲人元乘天元數再右一格爲人元再乘天元數凡多一格則多一乘亦如之天元下一格之左爲地元乘天元羃數其右爲人元乘天元羃數凡多一格則多一乘亦如之天元再下諸格亦如之物元左一格爲地元乘物元數其右一格爲人元乘物元數凡多一格則多

一乘亦如之物元上諸格亦如之若天元與物元相乘地元與人元相乘則作○以誌之按未經別而消之前無零位故作○不混若偶遇有零位則作△以別之其天元乘物元則作於算式之下物元乘天元則作於算式之上地人相乘則作於算式之左右乘幾次則作幾○　作○所以濟算格之窮然最易譌亂今爲改定算格詳易萬倍具見後算格圖說

凡加法以太加太以某元加某元各齊其位同名相加異名相減相加者正者正之負者負之相減者本數大則本數正者正之負者負之加數大則加數正者正者負者負之之無對者則正者正之負者負之

凡減法亦齊其位同名相減異名相加相減者本數大則正者正之負者負之減數大則正者負之負者正之相加者本數正者正之負者負之無對者本數正者正之負者負之減數正者負之負者正之

凡相消得今云諸式後加減不必齊其位可以太加減元亦可以元加減太且可以諸乘數與太元相加減但其格式次序則不可亂如以此行第一格加減彼行第二格則此行第二格當加減彼行第三格也

凡得今云諸式後可以同名相加減亦可以異名相加減其異名相加一如減法相減一如加法

凡乘法亦齊其位列爲左右兩式以左式太太起自上而下徧乘右式右邊第一行復徧乘第二行以次至右式左邊末一行止爲乘第一次又以左式太下一格徧乘右式爲乘第二次以次至太下末一格乘畢復以太左一行自上而下以次徧乘右式如此至太左末一行乘畢復以太右諸行如法徧乘右式用物元者則又以太上諸格及太上左右諸格乘凡左式有若干格則乘若干次同名相乘所得爲正異名相乘所得爲負乘畢同名相加異名相減各依其位併之如天元乘太則爲天元天元乘天元則爲天元自乘數天元乘地元則爲天地元相乘數各以所乘定

其位也

凡除法有四元者皆不受除寄爲母若僅有天元或僅有三元者則可以天元除以除天元一層得太一層以除太一層得太上一層凡除幾次則上幾層若僅有二元者則幷可以地元除以除地元一行得太一行以除太一行得太右一行凡除幾次則右幾行若除法中帶有他數者則亦不受除寄爲母　用四元則不可除用三元則僅可以天元除者拘於算格也今改定算格則皆可除矣詳後圖說

凡相消法卽同減法

凡互隱通分相消法列爲左右兩式以左式左行依乘法徧乘右式亦以右式左行徧乘左式乘畢依減法相減以其減餘復爲左式又以左式右行徧乘右式亦以右式右行徧乘左式乘畢相減以其減餘復爲右式以減餘兩式仍如前相乘相減如此累次消之消至左右各剩二行乃以左式右行右式左行爲內二行相乘爲內二行得數以左式左行右式右行爲外二行相乘爲外二行得數兩得數相消得爲開方數也若左右兩式行數不等者則以其左行相乘減復得左式後不必更以右行相乘減便以原兩式中行數少者復爲右式也若與後得之左式行數仍

不等則第二次相消仍不必更求右式便以此復爲右式也凡消至左右各兩行時當各於最上一層記太字然後內外相乘也

凡別而相消法無一定其常法則用三元者以三式列爲中左右以中式上一層偏乘左式亦以左式上一層偏乘中式乘訖相減得數復爲左式次以中式下一層偏乘左式亦以左式下一層偏乘中式乘訖相減得數爲中左式復以中左式與減得之左式如前相乘相減復以減得之數一爲中左式一爲左式仍如前相乘相減如此遞減至止剩一層而止乃移人元及諸乘數皆書於天元諸位其

中式與右式相消亦如之用四元者以四式列爲左中左中右右先以左式與中左式如三元相消法以下一層相乘相減復以中左中右兩式以下一層相乘相減復以中右右兩式以下一層相乘相減以減得之三式復列爲中左右以左與中以中與右以右與左復如前以下一層相乘相減如此遞減至消盡天元乃止復各以其右一行如前相乘相減亦遞減至消盡人元乃止乃移物元及諸乘數皆書於天元諸格此正法也然依此相消則前得後得兩式行數必多互隱通分相消時布算必繁而所得開方式層數又必極多開方時布算又必更繁矣故常用變法

或此兩式欲相乘相減先以彼式與此兩式相加減或相乘相減得一式後不復更求一式而以所得之式與他一式相乘減錯綜變化惟意所命總要求得前後兩式行數不多為貴其法詳見後細草中

凡有四元者別而相消時地元物元諸乘數中又有天人元乘之者皆以{人去別分之令先消去　此亦古算格則然若今改定算格則不須爾也

改定算格圖說

一元

圖

太
天
天
天
天

天者二天元相乘也天者三天元相連乘也餘仿此

二元圖

太	地	地^{二}	地^{三}
天	天地	天地^{二}	天地^{三}
天^{二}	天^{二}地	天^{二}地^{二}	天^{二}地^{三}
天^{三}	天^{三}地	天^{三}地^{二}	天^{三}地^{三}

天地者天地二元相乘也天^{二}地天元自乘又以地元乘之也天地^{二}地元自乘又以天元乘之也天^{二}地^{二}者天地元二平方相乘也餘仿此

右二圖與古同

此後二圖與古異

三元之圖

地	地	地	太
地天	地天	地天	天
地天	地天	地天	天
地天	地天	地天	天

人地	人地	人地	人
人地天	人地天	人地天	人天
人地天	人地天	人地天	人天
人地天	人地天	人地天	人天

人地	人地	人地	人
人地天	人地天	人地天	人天
人地天	人地天	人地天	人天
人地天	人地天	人地天	人天

人地	人地	人地	人
人地天	人地天	人地天	人天
人地天	人地天	人地天	人天
人地天	人地天	人地天	人天

天地人者天地人三元相連乘也餘仿此

四元

地	地	地	太
地天	地天	地天	天
地天	地天	地天	天
地天	地天	地天	天

物地	物地	物地	物
物地天	物地天	物地天	物天
物地天	物地天	物地天	物天
物地天	物地天	物地天	物天

人地	人地	人地	人
人地天	人地天	人地天	人天
人地天	人地天	人地天	人天
人地天	人地天	人地天	人天

物人地	物人地	物人地	物人
物人地天	物人地天	物人地天	物人天
物人地天	物人地天	物人地天	物人天
物人地天	物人地天	物人地天	物人天

人地	人地	人地	人
人地天	人地天	人地天	人天
人地天	人地天	人地天	人天
人地天	人地天	人地天	人天

物人地	物人地	物人地	物人
物人地天	物人地天	物人地天	物人天
物人地天	物人地天	物人地天	物人天
物人地天	物人地天	物人地天	物人天

人地	人地	人地	人
人地天	人地天	人地天	人天
人地天	人地天	人地天	人天
人地天	人地天	人地天	人天

物人地	物人地	物人地	物人
物人地天	物人地天	物人地天	物人天
物人地天	物人地天	物人地天	物人天
物人地天	物人地天	物人地天	物人天

之圖

物地	物地	物地	物	物地	物地	物地	物
物地天	物地天	物地天	物天	物地天	物地天	物地天	物天
物地天	物地天	物地天	物天	物地天	物地天	物地天	物天
物地天	物地天	物地天	物天	物地天	物地天	物地天	物天

物人地	物人地	物人地	物人	物人地	物人地	物人地	物人
物人地天	物人地天	物人地天	物人天	物人地天	物人地天	物人地天	物人天
物人地天	物人地天	物人地天	物人天	物人地天	物人地天	物人地天	物人天
物人地天	物人地天	物人地天	物人天	物人地天	物人地天	物人地天	物人天

物人地	物人地	物人地	物人	物人地	物人地	物人地	物人
物人地天	物人地天	物人地天	物人天	物人地天	物人地天	物人地天	物人天
物人地天	物人地天	物人地天	物人天	物人地天	物人地天	物人地天	物人天
物人地天	物人地天	物人地天	物人天	物人地天	物人地天	物人地天	物人天

物人地	物人地	物人地	物人	物人地	物人地	物人地	物人
物人地天	物人地天	物人地天	物人天	物人地天	物人地天	物人地天	物人天
物人地天	物人地天	物人地天	物人天	物人地天	物人地天	物人地天	物人天
物人地天	物人地天	物人地天	物人天	物人地天	物人地天	物人地天	物人天

一元之圖線理也二元之圖平方理也三元之圖立方理也四元之圖三乘方理也故太居上止一格天元從下乘之則二格再乘之則三格引而長之之道也非線何天元諸數止一行以地元乘之則二行再乘之則三行線乘線爲面之道也非平方何天地元相乘止一方以人元乘之則二方再乘之則三方線乘面爲體之道也非立方何三元相乘止一體以物元乘之則二體再乘之則三體線乘體爲長體之道也非三乘方何由是推之太者單數也點也元者太之行也線也元自乘者行之比也面也元再乘者面之疊也體也是一元中本

具線面體用諸元而線面體之外又有線面體焉且此元與彼元乘而爲長方形長方形亦面也此元與彼元之羃乘而爲或高或扁立方或高或扁立方亦體也是諸元各具線面體諸元相乘而線面體之中又生線面體焉其理之妙如此則古人上下左右之格不得不改爲立方三乘方之格矣且改其格非徒明理也亦且便於法故格改而天人地物相乘諸數皆有位不必寄位而作圈格改而諸元爲法皆可除不必寄分而爲母以天元除者皆得上一層以地元除者皆得右一行以人元除者皆得上一方以物元除者皆得右一方至於相乘相消之繁簡加減之難易其相去又有不待言者

矣曰審如是則三元當疊而為立體四元當疊而為三乘體今何以皆分為諸面也曰立體三乘體者其理也不得不分為諸面者其勢也有盈尺之書於此子能不逐張展之而能通其義乎故書必逐張展之而後可讀三元四元之體必逐層分之而後可算

細草

今有黃方乘直積得二十四步只云股弦和九步問句幾何　荅曰三步

草曰立天元一為句自之得○元|合以股弦和除之不除寄為母便以此為股弦較也置股弦和自之得卌太為

帶母股弦和以帶母股弦較減之得[籌]元[籌]為兩箇帶

母股以天元乘之得太[籌]〇[籌]為二之帶母直積於上

置二之天元以股弦和乘之得太[籌]為二之帶母句以

二之帶母股加之得[籌]元[籌]為二之帶母句股和以帶

母股弦和與帶母股弦較併之得[籌]元[籌]為二之弦以

減二之句股和得太[籌]為二之帶母黃方半之以乘

上直積得太〇[籌]為二段黃方乘直積內帶股弦和冪

分寄左　然後置黃方乘直積二十四步以股弦和冪分母

母通之又二之得[籌]元[籌]為同數與左相消得[籌]〇[籌]

[籌]四乘方開之得三步即句也合問

今有股冪減弦較較與股乘句等只云句冪加弦較和與句乘弦同問股幾何　荅曰四步

草曰立天元一爲股自之得太○丨立地元一爲句弦和以除之得太○○○丨爲句弦較以減句弦和得丨太○○卜爲二之句以天元股乘之得太○○○丨○○爲二之直積寄左

然後置地元以天元減之得丨太卜○爲弦較較以減天元冪得卜太丨丨○又二之得卝太‖○‖爲同數與左相消得○○丨卝卜○○○‖○丨○○○爲今式次置二之句自之得太○○卝○○○○○○○丨爲

四之句冪置天元以地元加之得丨太○丨爲弦和和以二

之句減之得太〇〇〇〇丨〇〇丨爲弦較和四之得太〇𝍣〇〇𝍣以加四

之句羃得〇〇太𝍣𝍤〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇丨爲四段句羃加弦較和寄左然

後置句弦較以地元加之得太〇〇〇〇〇〇丨爲二之弦以倍句

乘之得〇〇太〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲同數與左相消得𝍣〇〇𝍣〇〇〇丨半

之得〇〇𝍡〇〇〇丨爲云式乃以互隱通分法消之置今云

兩式𝍡〇〇𝍡〇〇〇〇〇〇〇丨其右行同爲丨不須乘便以右式直減

左式得𝍣〇〇〇〇𝍡半之得〇〇〇〇〇丨以爲右行復與今式相

消得[算式]以爲左行乃置左右行[算式]以內二行相乘得[算式]以外二行相乘得[算式]以內外相消得[算式]開平方得四步卽股也合問

今有股弦較除弦和和與直積等只云句弦較除弦較和與句同問弦幾何　荅曰五步

草曰立天元一爲句立地元一爲股兩數相乘得[算式]爲一段直積立人元一爲弦以地元減之得[算式]爲股弦較以乘直積得[算式]爲帶毋直積寄左然後以三元併之得[算式]合以股弦較除之因寄左

數中已帶有股弦較母故便以此爲同數與左相消得
丨太 ○ 丨 ○○ 卜 ○卜 卜○ 丨卜 卜 爲今式次置地元以人元加之得丨太 ○ 丨 ○○
爲股弦和以天元減之得丨太 ○ 丨 ○○ 卜 爲弦較和寄左然
後置人元以天元減之得 ○太 ○卜 ○丨 ○○ 爲句弦較寄數中
合以此除因不除故今以此乘天元句得 ○太 ○○ ○卜 ○○ ○丨
乃爲同數也與左相消得丨太 ○卜 ○丨 ○丨 ○卜 爲云式次以天
元自之又以地元自之相加得丨太 ○○○ ○○丨 爲弦冪寄左然
後以人元自之爲同數與左相消得丨太 ○○○ ○○丨 ○ ○卜 ○○ 爲
三元之式乃以三式剔而消之先以天人二元易其位
改今式爲 太 ○卜 卜卜 ○卜 云式爲丨太 ○丨 ○卜 ○卜 ○丨 ○○ 三元之式

為○按若立天元一為弦立人元一為句則不須易位矣今依玉鑑原草諸數故須易位也乃並列之先以云式與三元之式相減得下式

為初消式以初消式下方徧乘云式得式

以初消式齊下直減之得

為次消式復以初消式齊右直減之得

為三消式以三消式升一位內相加得

以直減次消式得

為前得式次以今式齊上直減云式得

為四消式以三消式下方徧乘四消式得

即以三消式直減之得

為後得式乃

以前後兩式齊右直減得[illegible]與前式列爲左右[illegible]

以右式右行偏乘左式得[illegible]以左式右行偏乘右式得[illegible]左右相減得[illegible]爲左行其左右式之左一行同爲一不須乘便直相減得[illegible]爲右行乃以左右行並列之[illegible]內二行相乘得[illegible]外二行相乘得[illegible]內外相消得[illegible]平方開之得五步卽弦也合問

玉鑑得五層算式開三乘方而此止得三層開平方者蓋由剔而相消時加減不同故也

今有股乘五較與弦冪加句乘弦等只云句除五和與股冪減句弦較同問黃方帶三事共幾何　荅曰一十四步

草曰立天元一爲句立地元一爲股句減股得（丨太 ○卜）爲句股較立人元一爲弦副置之上減天元得（○太 ○卜 丨 ○○）爲句弦較下減地元得（卜太 ○○ ○丨 ○○）爲股弦較以天地二元併之內減一人元得（丨太 ○丨 ○卜 ○○）爲弦和較以天人二元併之內減一地元得（卜太 ○丨 ○丨 ○○）爲弦較較以此五較併之得（○太 ○○ ○丨丨 ○○）以地元乘之得（○太 ○○ 丨丨○ ○○）爲一段股乘五較積寄左然後以天人二元併之得（○太 ○丨 ○丨 ○○）仍

以人元乘之得 ○太 ○○ ○○ ○| ○| ○○ 爲同數與左相消得式

‖太 ○| ○| ○○ 爲今式次以天地二元併之得 |太 ○| 爲句股

和以天人二元併之得 ○太 ○| ○| ○○ 爲句弦和以地人二

元併之得 |太 ○○ ○| ○○ 爲股弦和三元併之得 |太 ○| ○| ○○

爲弦和和以地人二元併之內減一天元得 |太 ○卜 ○| ○○

爲弦較和以此五和併之得 ‖‖太 ○‖ ○‖‖ ○○ 以天元除之得

式 ○‖‖ ○ ○ ○ ‖‖ 爲句除五和數 寄左 然後以地元自之得

|○太 ○○○ 爲股冪於上天元減人元得 ○太 ○卜 ○| ○○ 爲句弦較

以減上得 |○太 ○○| ○○卜 ○○○ 爲同數與左相消得 ○‖‖ ‖卜 ○○ ○○

爲云式次以天地元各自之相加得式 |○太 ○○○ ○○| 爲弦冪

寄左

然後以人元自之爲同數與左相消得爲三元式次以天地二元相加得爲句股和以人元減之得爲黄方於上以三元併之得爲三事和以加上得爲黄方帶三事和

寄左

然後立物元一爲同數與左相消得爲物元之式乃以四式剔而消之先以今式與三元之式齊下位相減得爲初消式以初消式下方偏乘今式得以初消式減之得爲次消式以云式下方偏乘今式得與云式相減得式爲三消式以三消式二之得以次消

式齊下減之得　爲四消式以物元之式倍之得式

以次消式減之得　移物元居天元位得

便爲左行也以四消式上層徧乘物元式得　以物

元式上層徧乘四消式得　兩得數相消得下式

移物元諸數各居天元諸位得　爲後式以左行消

後式先以左行倍之得　以減後式右行得　以

此減餘式之左一行徧乘左行得　復以左行之左

一行徧乘減餘式得　以此兩式齊左相減得

為右行也與左行相列[illegible]內二行相乘得[illegible]外二行相乘得[illegible]內外相消得[illegible]開平方得一十四步卽黃方帶三事和也合問

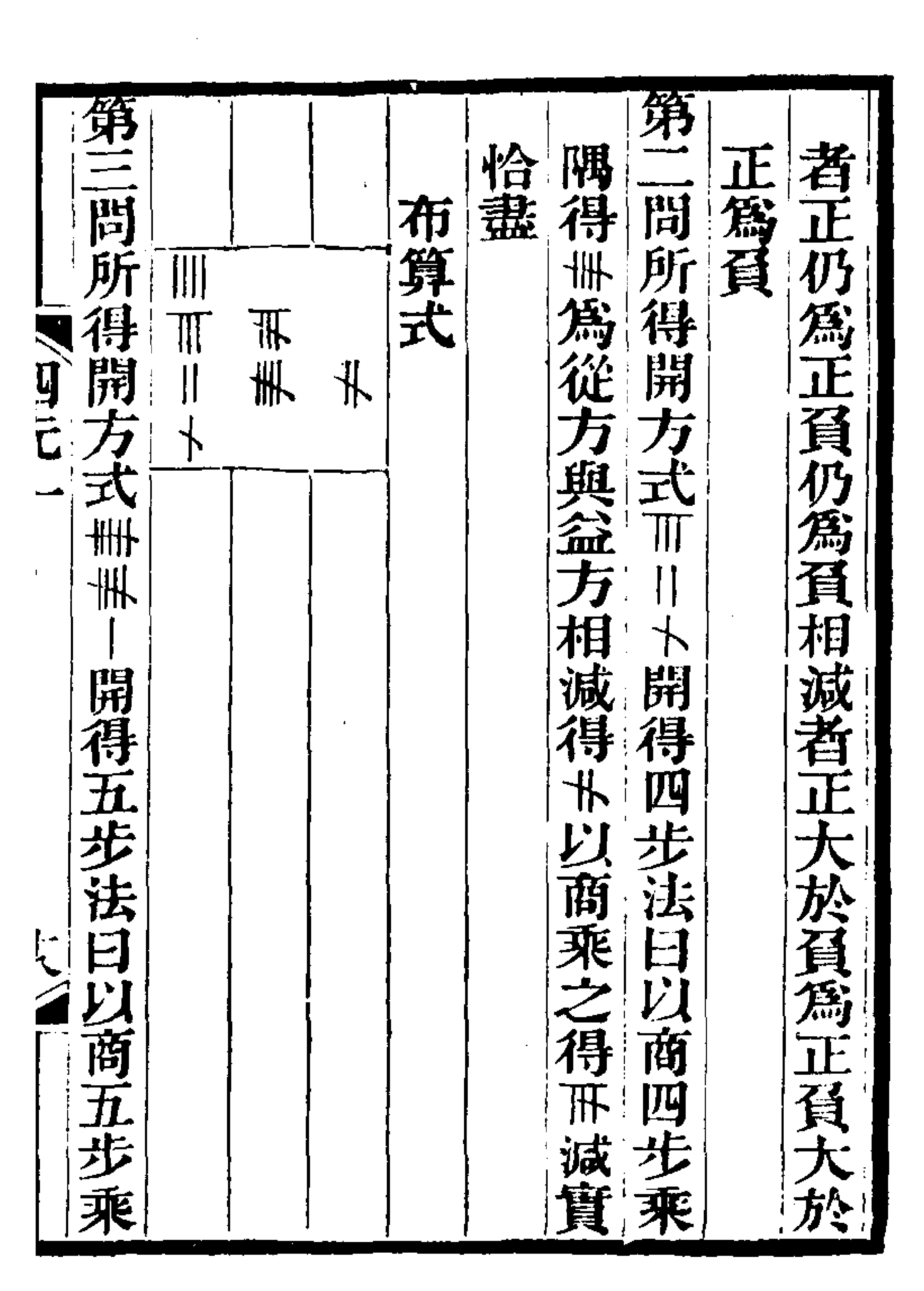
開方法

天元一及二三四元所求得開方式其法多少廣章所未備而顧氏海鏡釋術所演諸法又大與古異元和李氏所較海鏡亦附有開方術一條其法已至簡矣然尚非古法惟江都焦氏所引秦道古數學九章中投胎換骨二法謂一本於古九章斯為得之其法

極精簡詳明實與天元四元相輔而行逈非後來諸家所及今詳演於左方

第一問所得算式[illegible]○[illegible][illegible][illegible][illegible]開四乘方得三步法曰初商三步以初商乘隅得[illegible]為從三乘廉與益三乘廉相減得[illegible]以初商乘之得[illegible]以加益立廉得[illegible]以初商乘之得[illegible]為益平廉以減從平廉得[illegible]以初商乘之得[illegible]為從方以初商乘之得[illegible]以減實恰盡無次商

布	算	式
[illegible]	[illegible]	[illegible]
凡商與下一層乘得數皆列	於上一層之右同名相加異	名相減得數復列於右相加



者正仍為正負仍為負相減者正大於負為正負大於

正為負

第二問所得開方式𝍧‖十開得四步法曰以商四步乘

隅得卌為從方與益方相減得卄以商乘之得𝍧減實

恰盡

布算式

卄	𝍧 卌	𝍣 𝍧 ‖ 十

第三問所得開方式卌卌丨開得五步法曰以商五步乘

隅得𝍣爲從方以益方減之得丨以商乘之得𝍣減實

恰盡

布算式

𝍣 𝍫𝍣 𝍫𝍣 丨	𝍣 𝍣	丨

第四問所得開方式[算式]開得十四步法曰初商一十

步以乘隅得[算式]爲從方以益方減之餘[算式]以初商乘之

得[算式]以減實餘[算式]爲續商實乃定續商從數以初商乘

隅得[算式]以併入從方得[算式]爲續商從方乃以續商四步

乘隅得以加入從方得以續商乘之得以減餘

實恰盡

布算式

數學九章田域篇第一題古池推元所列開方式[illegible]

益積法開得三百六十六寸又四百二十九分寸之四

百一十二法曰以初商三百寸乘隅得[illegible]爲從方以減

益方得[illegible]以初商乘之得[illegible]以益實得[illegible]爲續商實乃

定續商從以初商乘隅得[illegible]爲從方以益方[illegible]減之得

[illegible]即續商從也乃以續商六十寸乘隅得[illegible]以加從得

[illegible]以續商乘之得[illegible]以減實餘[illegible]爲三商實乃定三商

從以次商乘隅得[illegible]以加從得[illegible]爲三商從乃以三商

六寸乘隅得[illegible]以加從得[illegible]以三商乘之得[illegible]以減實

得[illegible]爲四商實乃定四商從以三商乘隅得[illegible]以加從

得𝍡𝍧法大於實乃以實為分子以法加隅得𝍡𝍧為分母

與分子求等得。𝍣為等數以約分母得四百二十九以

約分子得四百一十二

布算式

[illegible]

又田域篇第二題尖田求積列式

[illegible]

〇

[illegible]

〇丨開玲瓏翻

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

開三乘方得八百四十步注曰列初商八百於實上以初商乘隅得[illegible]為益立廉又以初商乘之得[illegible]為益平廉以消從平廉得[illegible]為從平廉以初商乘之得[illegible]為從方又以初商乘之得[illegible]為正積大於原實以原實反減之餘[illegible]為次商實乃定次商廉從數以初商乘隅得[illegible]以加益立廉得[illegible]又以初商乘之得[illegible]為益平廉以從

平廉減之得𝍠𝍣𝍧〇〇又以初商乘之得𝍥𝍡𝍢〇〇〇〇為益方以從方減

之得𝍯𝍢𝍧〇〇〇〇為次商益方又以初商乘隅得𝍯〇〇以加入益立

廉得𝍦〇〇又以初商乘之得𝍢〇〇〇〇以加益平廉得𝍢𝍦〇〇為次商

益平廉又以初商乘隅得𝍯〇〇以加入益立廉得𝍦〇〇為次

商益立廉乃定次商四十步以次商乘隅得𝍢〇以加益

立廉得𝍣𝍡〇又以次商乘之得𝍠𝍢〇〇以加益平廉得𝍣𝍡〇〇又以

次商乘之得[illegible]以加益從得[illegible]又以次商乘之得[illegible]減

餘實恰盡

布算式

[illegible]

右第一題求得初商實與原實同名相加卽海鏡之益積秦氏所謂投胎也第二題求得初商實與原實異名而大於原實以原實反減之卽海鏡之翻法秦氏所謂換骨也秦氏開方法總以自下遞乘而上同加異減不問廉從與實雖投胎換骨之奇初亦不假別術其法之

倘妙如此豈後來諸家所能及乎

設如開方式𝍠𝍭𝍥𝍪𝍤〇𝍠開得一百二十五步法曰以初商一百步乘隅得𝍠〇〇為從又以初商乘之得𝍠〇〇〇〇以減實餘𝍭𝍥𝍪𝍤為次商實乃定次商從以初商乘隅得𝍠〇〇以加從得𝍡〇〇即次商從也乃約次商二十步以次商乘隅得𝍡〇以加從得𝍡𝍪〇又以次商乘之得𝍣𝍫〇〇以減實餘𝍠𝍪𝍡𝍤為三商實乃定三商從以次商乘隅得𝍡〇以加從得𝍡𝍫〇為三商從乃約三商五步以乘隅得𝍤加入從得𝍡𝍫𝍤又以三商乘之得𝍠𝍪𝍡𝍤減實減盡

布算式

[illegible]

[illegible] 𝍠〇〇〇 [illegible] [illegible]〇〇 [illegible] [illegible]

〇 𝍠〇 𝍠〇〇 𝍡〇〇 𝍡〇 [illegible]〇 𝍡〇 [illegible]〇 [illegible] [illegible]

𝍠

設如開方式○○丨開得三百四十步法曰初商得三百步以初商乘隅得爲廉又以初商乘之得爲從又以初商乘之得以減實餘爲次商實乃定次商廉從以初商乘隅得以加廉得又以初商乘之得以加從得爲次商從又以初商乘隅得以加廉得爲次商廉乃約次商四十步以乘隅得以加廉得又以次商乘之得以加從得又以次商乘之得減實恰盡

布算式

右平立二正方無廉從諸數而法亦無異設之以便初學也

湘鄉曾紀鴻校

四元解卷二　則古昔齋算學五

海甯李善蘭學

釋術

第一草立天元一爲句自之得〇元丨合以股弦和除之不除寄爲母便以此爲股弦較也

義曰凡句自乘以股弦和除之得股弦較今句冪乃天元冪以股弦和除之則奇零不盡故不除而命其冪爲長方形其長卽股弦和其濶卽股弦較是謂股弦較帶股弦和母也

如圖甲壬句三甲乙句冪九以戊庚股弦和九除之則

得戊己股弦較一今句羃為為丙丁雖與甲乙等而不能知其數故不除而改其形為子丑長方其子癸長與庚戊等其癸丑濶與戊己等也

置股弦和自之得丄〡〇兀為帶母股弦和以帶母股弦較減之得丄〡〇兀卜為兩個帶母股

義曰凡股弦和內減股弦較為兩個股今股弦較內帶有股弦和分母故股弦和亦必以分母乘之然後可減也雖然以分母乘突而帶母股弦和之數可知帶母股

弦較之數不可知則仍不可減不可減而虛減之以待未減之實消去然後開方此天元術之妙也

如圖癸丑爲股弦較戊庚爲股弦和本當以癸丑減戊庚而得戊丙爲兩股今癸丑帶癸子母故戊庚亦以甲

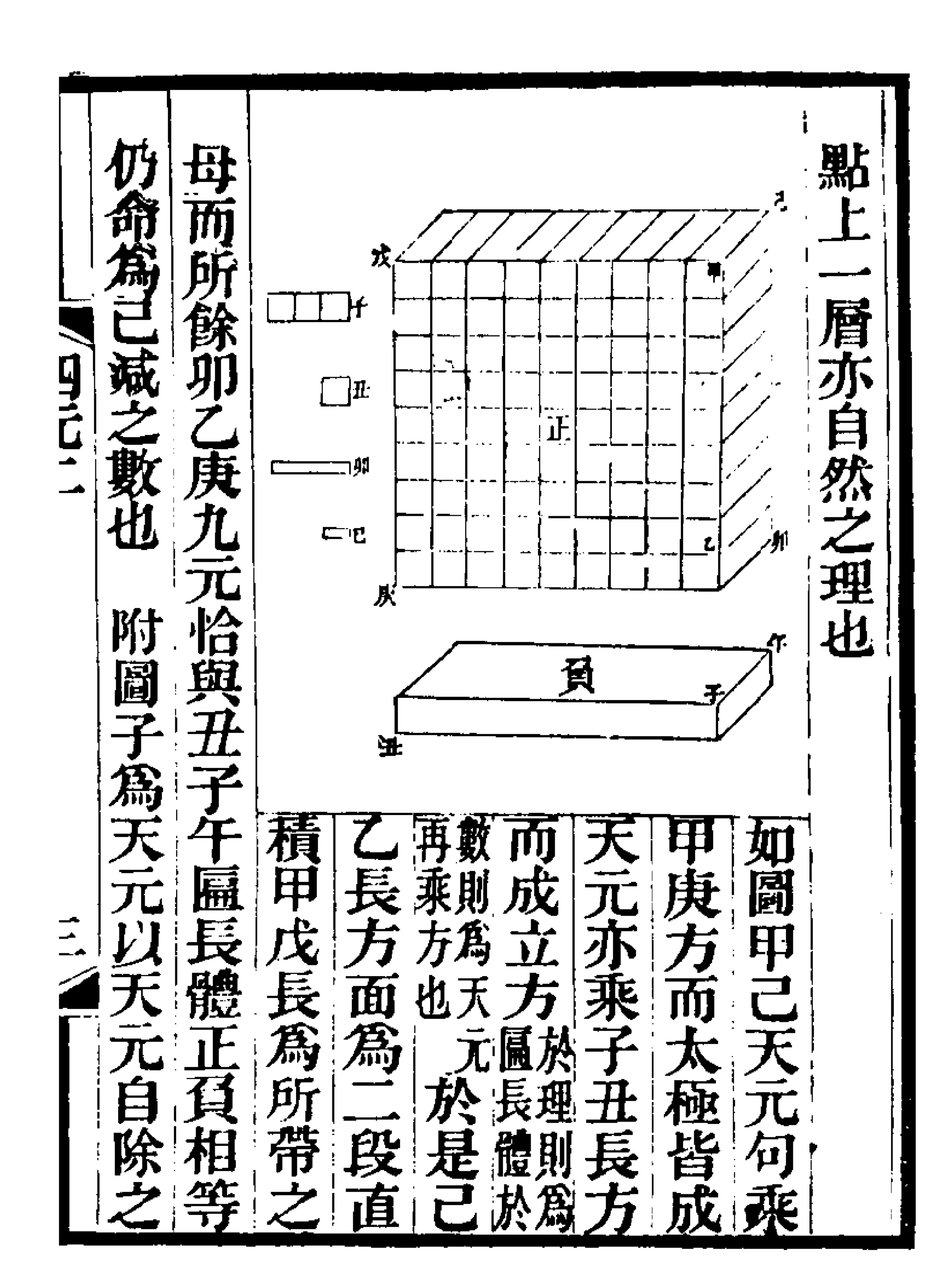
戊母乘之而後可與子丑長方相減以得甲丙長方爲兩個帶母股也但甲庚方眞數也子丑長方虛數也故仍不能減於是以不減減之而命子丑長方爲負則乙庚長方已與子丑長

方相對而爲已減甲丙長方無所對而爲未減也名爲虛減益天元術之妙全在虛減虛減則正負有對其無對者相消時必減去不減去則亦有對於是正負相當而可開方也

以天元乘之得〇太𝍫𝍠〇𝍥爲二之帶母直積於上

義曰凡天元乘太極則爲天元以天元乘天元則爲平方者益元線也太點也線乘點則爲線線乘線則爲面以線乘者每下一層自然之理也天元除天元而爲太極天元除太極而爲太極上一層者益以線除線則其線分而爲點以線除點則其點復分不可復爲點而爲

點上一層亦自然之理也

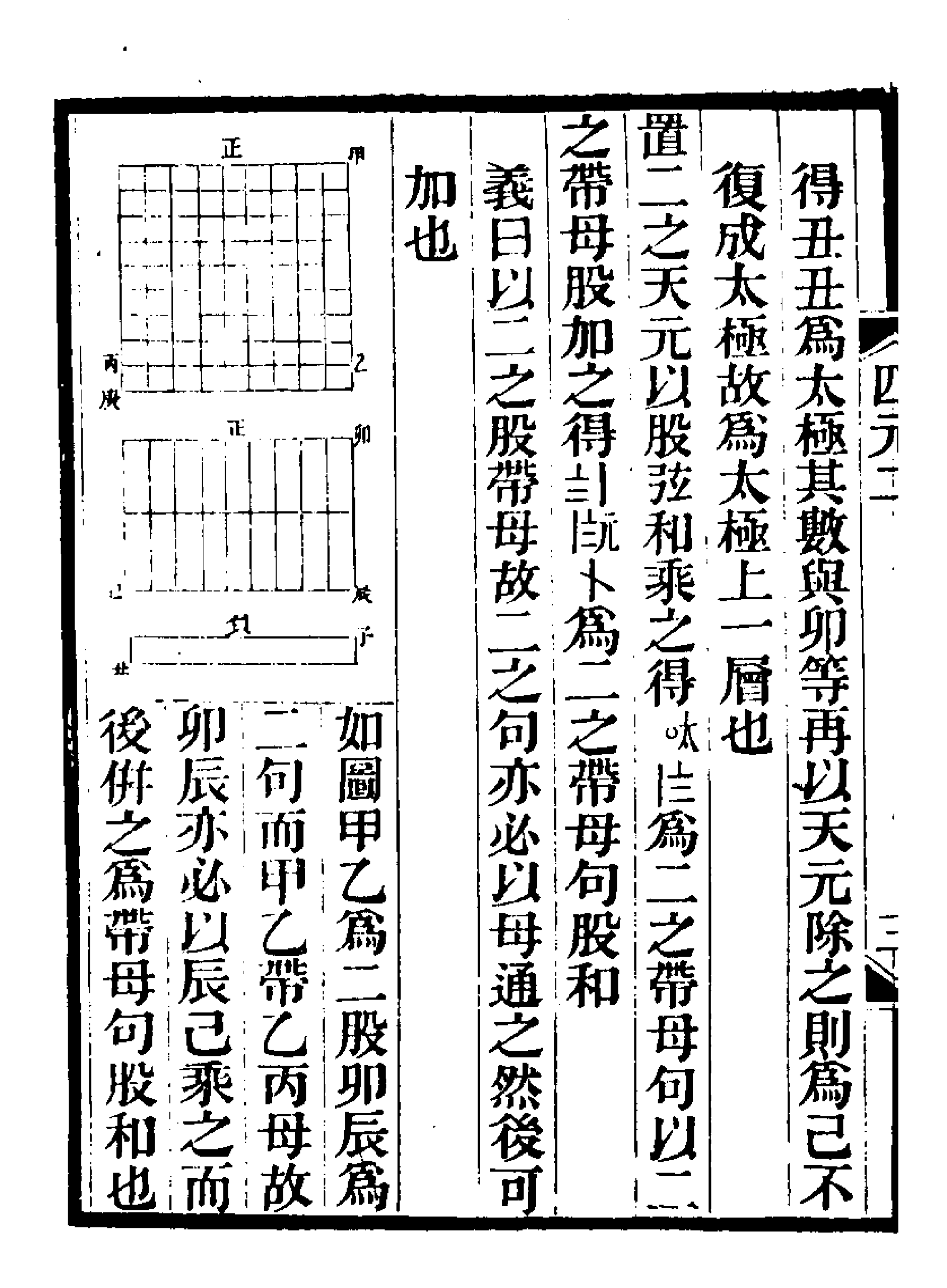


如圖甲己天元句乘甲庚方而太極皆成天元亦乘子丑長方而成立方於理則爲圖長體於數則爲天元再乘方也於是己乙長方面爲二段直積甲戊長爲所帶之母而所餘卯乙庚九元恰與丑子午扁長體正負相等仍命爲已減之數也　附圖子爲天元以天元自除之

得丑丑爲太極其數與卯等再以天元除之則爲己不復成太極故爲太極上一層也

置二之天元以股弦和乘之得[illegible]爲二之帶母句以二之帶母股加之得[illegible]爲二之帶母句股和

義曰以二之股帶母故二之句亦必以母通之然後可加也



如圖甲乙爲二股卯辰爲二句而甲乙帶乙丙母故卯辰亦必以辰己乘之而後併之爲帶母句股和也

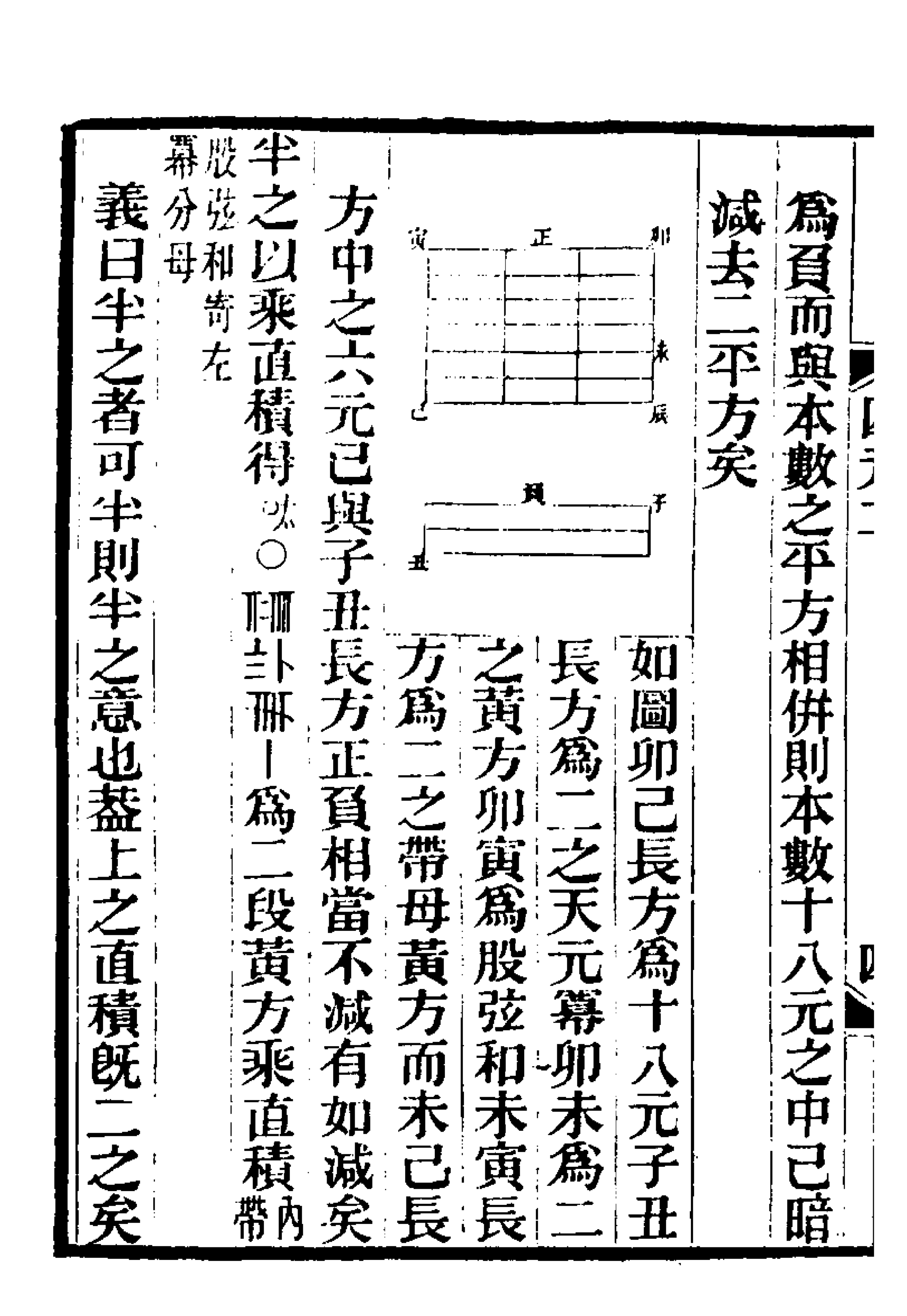
以帶母股弦和與帶母股弦較併之得丄三丨元丨爲二之弦

如圖丙丁方爲帶母股弦和戊己長方爲帶母股弦較此與二之帶母股圖同但彼相減故爲股此相加故爲弦也

以減二之句股和得太丄三丨卄爲二之帶母黄方

義曰凡相減而不能減則減數之正者改負負者改正是名虛減如此處本數中有八十一太減數中亦有八十一太恰相減去而減數中尚有一平方雖本數中亦有一平方而正負異名不可減於是改減數之平方亦

爲負而與本數之平方相併則本數十八元之中已暗
減去二平方矣



如圖卯己長方爲十八元子丑
長方爲二之天元冪卯未爲二
之黃方卯寅爲股弦和未寅長
方爲二之帶母黃方而未己長
方中之六元已與子丑長方正負相當不減有如減矣
半之以乘直積得太○𝍨𝍰𝍨丨爲二段黃方乘直積內帶股弦和寄左冪分母
義曰半之者可半則半之意也蓋上之直積既二之矣

故此黃方用其一使數不繁也平方乘平方而爲三乘方平方乘立方而爲四乘方者葢平方者是元之中帶有元母也立方者是平方之中又帶元母也凡帶母者以本數乘則其母亦乘故平方乘是以元乘二次也立方乘是以元乘三次也三乘方以上可類推矣兩數本各帶股弦和爲母相乘而帶股弦和羃爲母者葢兩數相乘兩母亦相乘也與平方相乘之理同也（二乘方即平方帶一平方母也）負乘正而爲負負乘負而爲正以正消負之盈也

此自然之妙理也

如圖左行爲帶母黃方右行爲帶母二直積以右行八

右行　　　　左行

得數

十一元乘左行九元得七百二十九平方爲子丑方與右行八十一元之形相似但每元化爲九平方復以右行八十一元乘左行一平方得八十一立方爲寅卯方以虛減上平方恰如左行長方之虛減元也辰巳丑方與寅午卯方甲乙三元與丙丁方皆正負相當也復以右行一立方乘左行九元得九箇三乘方爲未申方此形改爲戊庚方以虛減子丑方上辛丑一段亦恰如右行立方金木之虛減元水火也但巳壬一段巳爲立方午乾一段所虛減故右行立方乘左行平方所得之四乘方

酉戌亦為正其數與巳壬一段適等是癸庚午乾二段負恰好虛減巳壬酉戌二段正也故曰負乘負為正者以正消負之盈也而正之未有對者為坎辰一段此即黃方乘二之直積帶股弦和冪為母之數也何以知之試以子巳一段離為三段而辛巳一段已經虛減則移土酉束北南巳三段以補之蓋辛山一段為四十八平方土酉束北南秋三段亦共四十八平方也而冬己一段則已經虛減之數也於是綱核之

則子丑丑寅寅卯卯土爲四箇股以勾三離爲三段者即句數也乘之爲四段直積即黃方乘二直積之數也每一數爲九箇平方者即股弦和自乘之數此所謂帶母也

然後置黃方乘直積二十四步以股弦和冪分母通之又二之得[illegible]爲同數

義曰以股弦和冪分母通之者以寄左數帶此母也又

二之者以寄左數為二段積也不如此則數不同不可相消也

與左相消得[算籌]〇[算籌][算籌][算籌]十四乘方開之得三步

義曰寄左數中未有對者二段帶股弦和冪母黃方乘直積也今亦求得二段帶股弦和冪母黃方乘直積則相消而正負皆有對可以開方矣但寄左之二段積正數也今求得之二段積亦正數也本當相減今一為太一為平方不可減則必改一數為負以相對改今數可也改寄數亦可也今改寄數而寄數平方中已有與立方三乘方相對者今平方改為負故立方三乘方改為

正以仍相對也而立方三乘方中又有與四乘方相對者今立方三乘方改爲正故四乘方改爲負以仍相對也於是三正相和爲一色二負相和爲一色兩數相較數適等故凡同名者則相和異名者則相較未相消之前正必溢於負既相消之後正負必均焦氏謂正爲和則負爲較負爲和則正爲較非也

如圖甲乙丙丁四線甲爲正乙丙爲負丁爲正三線皆有對惟丁線上丁丙一段未有對今改丁線爲負以與戊線對則對丁線之乙丙二線必改爲正而對

乙綫之甲綫又必改爲負矣大概正負相對必分兩層此層正則彼層必負此層負則彼層必正明乎此則加減時正負分變之理思過半矣且天元術之所以千變萬化不可思議者其要不過求正負之相等而已故欲明天元者當自正負始

第二草立天元一爲股自之得太○丨立地元一爲句弦和以除之得太○○丨爲句弦較

義曰凡四元無論天地人物但用一元爲法而不別帶他數者則皆可以除帶他數則不可除二元併爲法亦不可除也

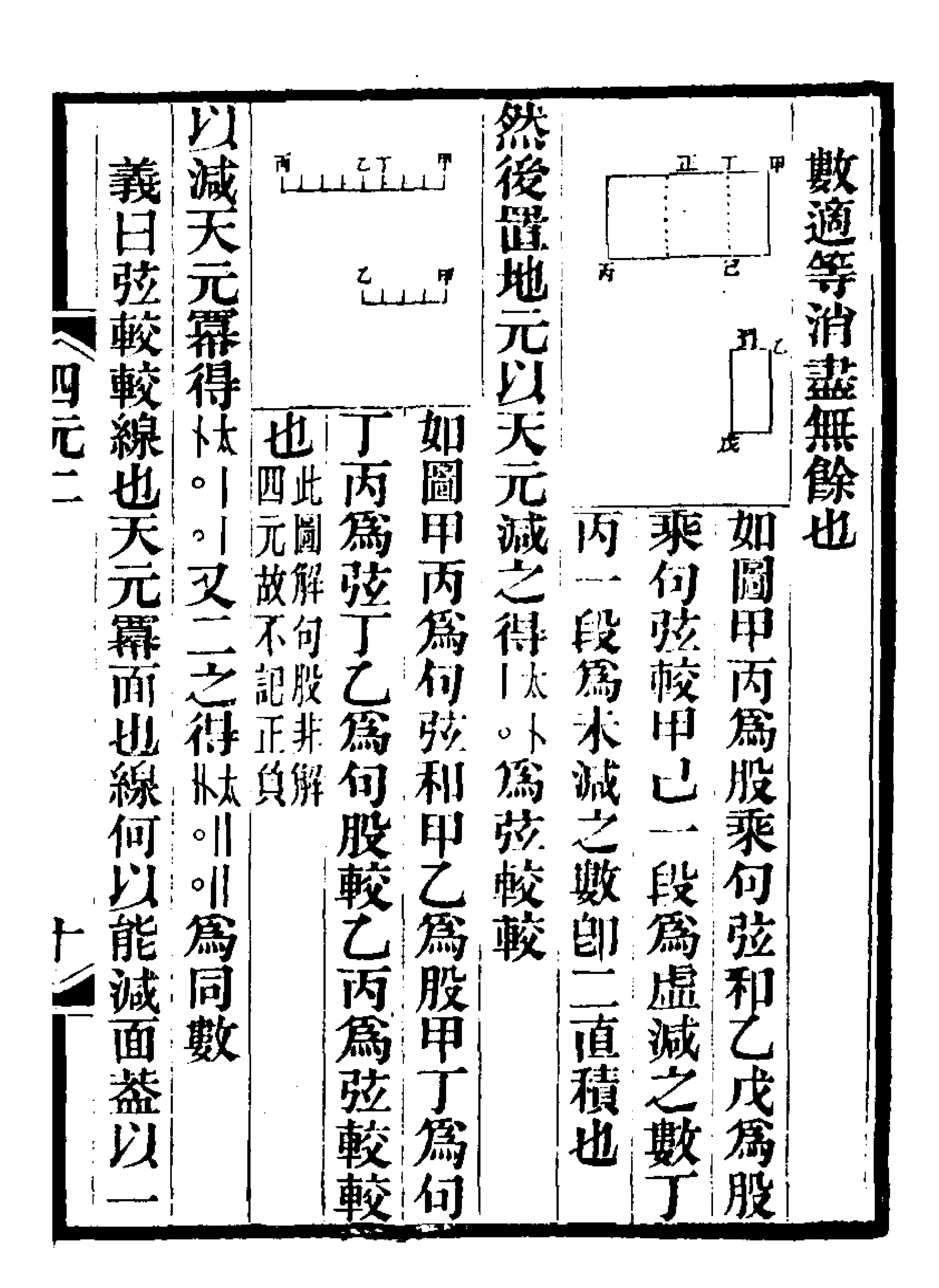
如圖丨爲太極川爲股𝍣爲句弦和自上而下不論第幾行皆若一與四之比自右而左不論第幾層皆若一與八之比益太則恆爲一視元數爲幾卽爲一與幾之比比例生於元故可以元乘亦可以元除而併兩元爲法則可以乘而不可以除何也乘則增其數數增則可分雖併乘而實各乘也如以四與八併之得十二以乘二得二十四分之則一爲八一爲十六卽如四與八各乘二也若以十二除二則其數奇零不盡不能分亦不能成比例故不可除也

以減句弦和得太ↄ ↄ○○ ○ↄ卜爲二之句

如圖甲爲句弦和乙爲句弦較以乙虛減甲丁甲一段爲有對丁丙一段爲末有對也

以天元股乘之得ↄ太ↄ 丨○ↄ ↄↄↄ ○○卜爲二之直積寄左

義曰凡寄左者所以待消也先求一無對之數寄之再求一無對之數與此數適等則可相消或同在一格則實消之實消者眞減也或不同在一格則虛消之虛消者虛減也謂之消者減則以少減多必有減餘消則兩



數適等消盡無餘也

如圖甲丙爲股乘句弦和乙戊爲股乘句弦較甲己一段爲虛減之數丁丙一段爲未減之數即二直積也

然後置地元以天元減之得太|○卜爲弦較較

如圖甲丙爲句弦和甲乙爲股甲丁爲句丁丙爲弦丁乙爲句股較乙丙爲弦較較也此圖解句股非解四元故不記正負

以減天元冪得太|○|又二之得太||○||爲同數

義曰弦較較線也天元冪面也線何以能減面蓋以一

乘之也不言者一乘不長故不必言也故線可以減面面可以減體者以一暗乘一次也線可以減體面可以減三乘體者以一暗乘兩次也

如圖己庚爲二之句弦和壬癸爲二之股甲亥爲二之股冪二之句弦和內己辛一段已爲壬癸所虛減所餘辛子一段爲二之弦較較

今以此虛減二之股冪內甲丙戊乙二段故辛子改爲負但辛子尚連己辛辛子負己辛不得不從而負己辛負壬癸不得不返爲正矣句弦和本只己子線以己丑

一乘之而爲丑子面股本只壬卯綫以壬辰一乘之而

爲卯辰面也

與左相消得 〇〇𝍪〇〇 〇〇‖〇〇 〇‖‖ 丨 爲今式

義曰今式者今有兩數相消得之式也

如圖申亥己庚壬癸三面又數也正負皆不變甲丙乙戊二面寄數也正負皆變蓋以丁丙兩直積虛消未乙午亥兩直積也若以未乙午亥虛消丁丙則寄數皆不變又數皆變矣

次置二之句以自之得 〇〇〇〇𝍤 〇〇〇〇〇〇 〇〇〇𝍡〇〇 〇〇〇〇〇〇 〇〇〇〇丨 爲四之句冪

義曰地元自乘而爲地元冪地元乘地元所除之天元冪而復爲天元冪皆易明之理也地元所除之天元冪自乘而下兩層右一行者何也蓋本爲天元冪天元冪自乘當下兩層是卽前所謂天元中帶天元母如以天元乘兩次也其右移一行者則以原數爲地元除過一次故也凡本數爲他數乘一次者謂之帶乘母本數爲他數除一次者謂之帶除母帶乘母者用以乘則本數乘一次其母亦乘一次帶除母者用以乘則本數乘一次其母除一次今地元所除之天元冪是本數爲天元內帶一天元乘母又帶一地元除母也故下兩層者本

數乘一次乘母乘一次也右移一行者除母除一次也

加圖甲乙為句弦和羃庚辛戊己為句弦較句弦和相乘羃壬癸為句弦較羃甲丙甲丁皆為二之句其乘之理如甲丑為一線甲卯為一線一線相乘也而乘得之數除

甲未丙之句羃無對外其餘恰好正負相等未巳與子丑丁乙與戊己其相對無論矣而理之至妙者則子辛申己本皆與未乙為對乃正止有一而負則有二恰好有壬癸之正以消負之盈此陰陽消息之神也

又圖甲乙爲本數以三乘之而爲甲丙以本數乘甲丁當爲乙丁今乃爲丙丁則是本數甲乙乘一次其母三亦乘一次也此帶乘母之理也又如本數甲丙以三除之而爲甲乙以本數乘甲丁當爲丙丁今乃爲乙丁則是本數甲丙乘一次其母三除一次也此帶除母之理也

置天元以地元加之得|太○|爲弦和和以二之句減之得太|○○○|爲弦較和

如圖甲爲天元股乙爲地元句弦和二線相加爲弦和

和丙爲地元句弦和丁爲地元除天元冪所得之句弦較二線相虛減餘戊辛爲二之句本當以戊辛減去己庚但戊辛連丙戊故併乙己減去之則是多減一句弦較也恰好改丁線爲正以補之而爲弦較和也

又圖甲戊爲弦和和甲丙爲句丙丁爲股丁戊爲弦甲乙爲二之句乙丁爲句股較乙戊爲弦較和也此圖解句股

四之得 ○ ○ 𝍫 太 𝍫 ○ 以加四之句冪得 為四段句

冪加弦較和 奇左

義曰線不可加面今相加者蓋亦以一乘之也

加圖甲乙爲股丙丁爲句弦較本皆線也以一（丁戊乙己皆爲一）乘之皆爲面矣

然後置句弦較以地元加之得 丨太 ○○ ○○ 爲二之弦以二之句乘之得 丨○太○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○○○○ ○○○○丄 爲同數

義曰此乘當得一地元冪二天元冪一句弦較自乘冪而算式中無天元冪者乘畢相加時異名則反減也減則得數仍不誤乎曰所求者無對之數也所減者有對

之數也有對之數或去正不去負或去負不去正則得數必誤矣今以負減正則是正負皆去若干也得數之無對者自若也又何誤焉

如圖甲丙丙乙皆句弦和己午申丑皆句弦較而甲丙己午相虛減餘卯丙爲二之句丙乙申丑相加爲二之弦此二數相乘則得甲乙子丑二面正己壬庚辛二面負而甲乙中之丁卯與己壬對子丑中之子寅與庚辛對所餘之卯乙寅申爲四箇句弦相乘冪也今子丑與己壬因同在一格而異名不可相併故減去則

句弦相乘冪中似少一寅申矣不知己壬去則卯丁無對子丑去則庚辛無對於是以庚辛對丁戊而所餘之甲戌恰好補寅申則四箇句弦相乘冪仍無闕也

與左相消得

𝍣	〇	〇
𝍦	𝍤	〇
〇	〇	〇
〇	〇	𝍡

半之得

𝍡	〇	〇
𝍥	𝍡	〇
〇	〇	〇
〇	〇	𝍠

爲云式

羲曰半之者以求數之簡也云式者只云以下兩數消得之式也

如圖甲乙爲地元冪丙丁爲句弦較冪此又數也戊己爲地元冪庚辛壬癸皆天元冪子丑爲句弦較冪寅卯爲四天元四句弦較此寄左數也又數中無對者爲午未申磬折形寄左數中無對者爲戌亥寅卯二形兩邊

恰相等（水火與戊亥等个 水申火與寅卯等）故可相消也但欲消午未申磬折形勢不得不併午申方消之則丙丁無對矣欲消戊亥方勢不得不併戊壬亥磬折形消之而庚辛木癸無對矣而寅卯則又不能消於是不得不併消者竟併消之而不能消者亦竟不消而改春秋木癸與寅卯對改丙丁爲正與庚秋對木金仍與子丑對而正負仍皆等矣蓋不當消而消必有當消而不消者以補之其理之妙如此而布算者又不必費思索但依算例

加減而數無不合此四元術之神妙也

乃以互隱通分法消之

義曰互隱者眞數皆不可知互相隱伏也凡通分法必互乘以齊其分此亦必互乘以齊其分然後相消故謂之通分消也用此法消多行爲一行然後開方也

置今云兩式

丨̸丨丨	〇	〇
卜	‖	〇
〇	‖	〇
〇	〇	丨

‖	〇	〇
卜	‖	〇
〇	〇	〇
〇	〇	丨

其右行同爲丨不須乘便以右式直減左式得

丨̸丨丨丨	〇
〇	〇
〇	‖

義曰凡得今云兩式後不復記太元者未相消之前正之中尚有無對者故加減時太元必齊其位不則數必

誤矣既相消之後正負皆相對故加減時太可升而與元齊且可升而與諸乘方齊諸乘方亦可降而與太齊或與元齊太元不復有定位故不必記也通分相消圖繪於一處則理更易明故此處不作圖後別而相消圖亦然

半之得〇〇｜卄〇〇以爲右行與今式相消得〇卌卄‖十〇以爲左行

義曰本當以今云兩式之左一行相徧乘而消得左行但今云兩式之左一行各兩層而右行與今式之右一行各一層且皆爲一故舍彼用此以省算蓋亦法之變也云式之右一行亦爲｜或以右行消云式亦省算

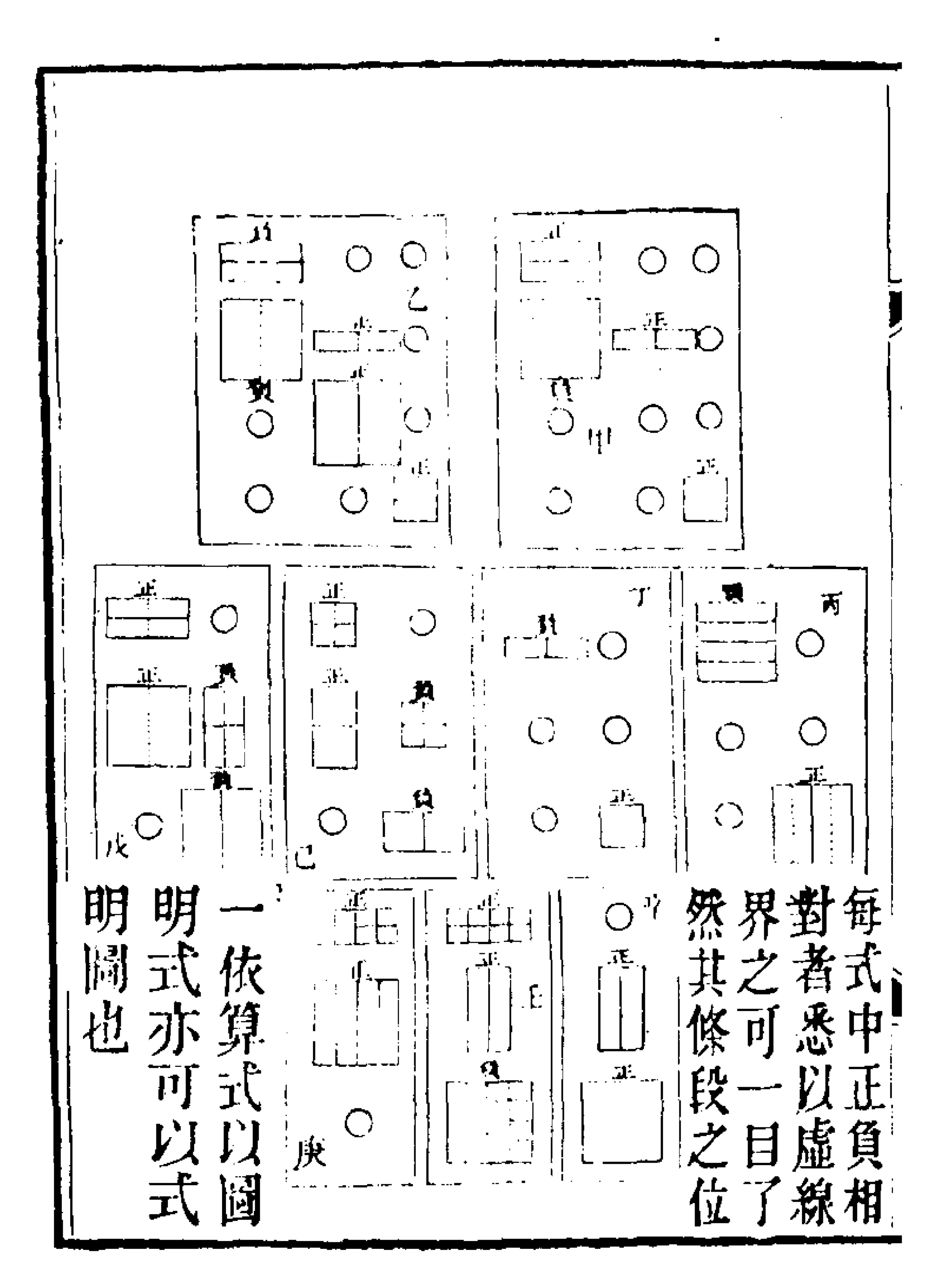
乃置左右行

太〇𝍠　𝍣〇〇　〇𝍤𝍣　𝍡𝍠〇

以內二行相乘得太𝍢𝍣以外二行相乘得太〇𝍡𝍠內外相消得𝍢𝍡𝍥開平方得四步

義曰內外相消復記太元者蓋左右互乘時本當以左式之左一行徧乘右式亦以右式之左一行徧乘左式然後相消或以左式之右一行徧乘右式亦以右式之右一行徧乘左式然後相消則可不必記太元蓋有減盡之兩行以定其等也今不徧乘而各互乘其一行則無減盡之兩行不記太元相減時何以辨其等耶然則何不徧乘也曰以省算也迺分消皆徧乘何以不省算

而獨省於末後之內外相消也通分消本皆可省算所以備乘者備乘則正負全欲初學易明其理也



每式中正負相對者悉以虛線界之可一目了然其條段之位一依算式以圖明式亦可以式明圖也

右互隱通分相消總圖甲爲云式乙爲今式降位以從云式也丙爲兩式減得之右行丁爲右行之半且降位以從今式也戊爲消得之左行己爲左行之降位以從右行也庚爲內二行乘得之數辛爲外二行乘得之數壬爲內外相消得之開方式也其內外二行相乘得之式第一層爲太第二層爲元第三層爲平方者亦皆降位而得也

第三草立天元一爲句立地元一爲股兩數相乘得

○太
丨○

爲一段直積立人元一爲弦以地元一減之得

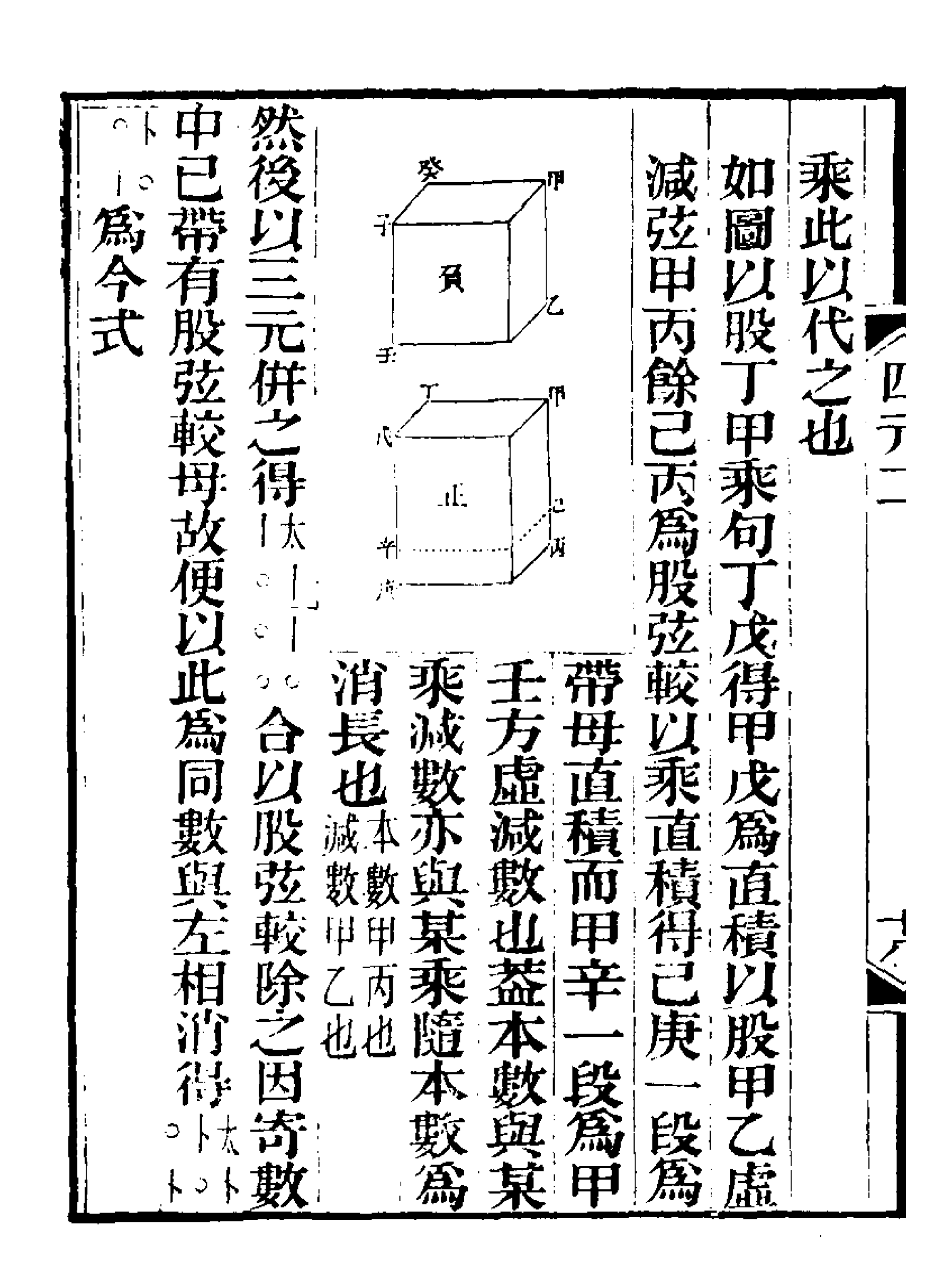
卜太
○○
○丨
○○

爲股弦較以乘直積得

○○太
卜○○
　○○
　丨○

爲帶毋直積寄左

義曰此用股弦較乘之者因叉數合以此除不可除故



乘此以代之也

如圖以股丁甲乘句丁戊得甲戊爲直積以股甲乙虛

減弦甲丙餘己丙爲股弦較以乘直積得己庚一段爲

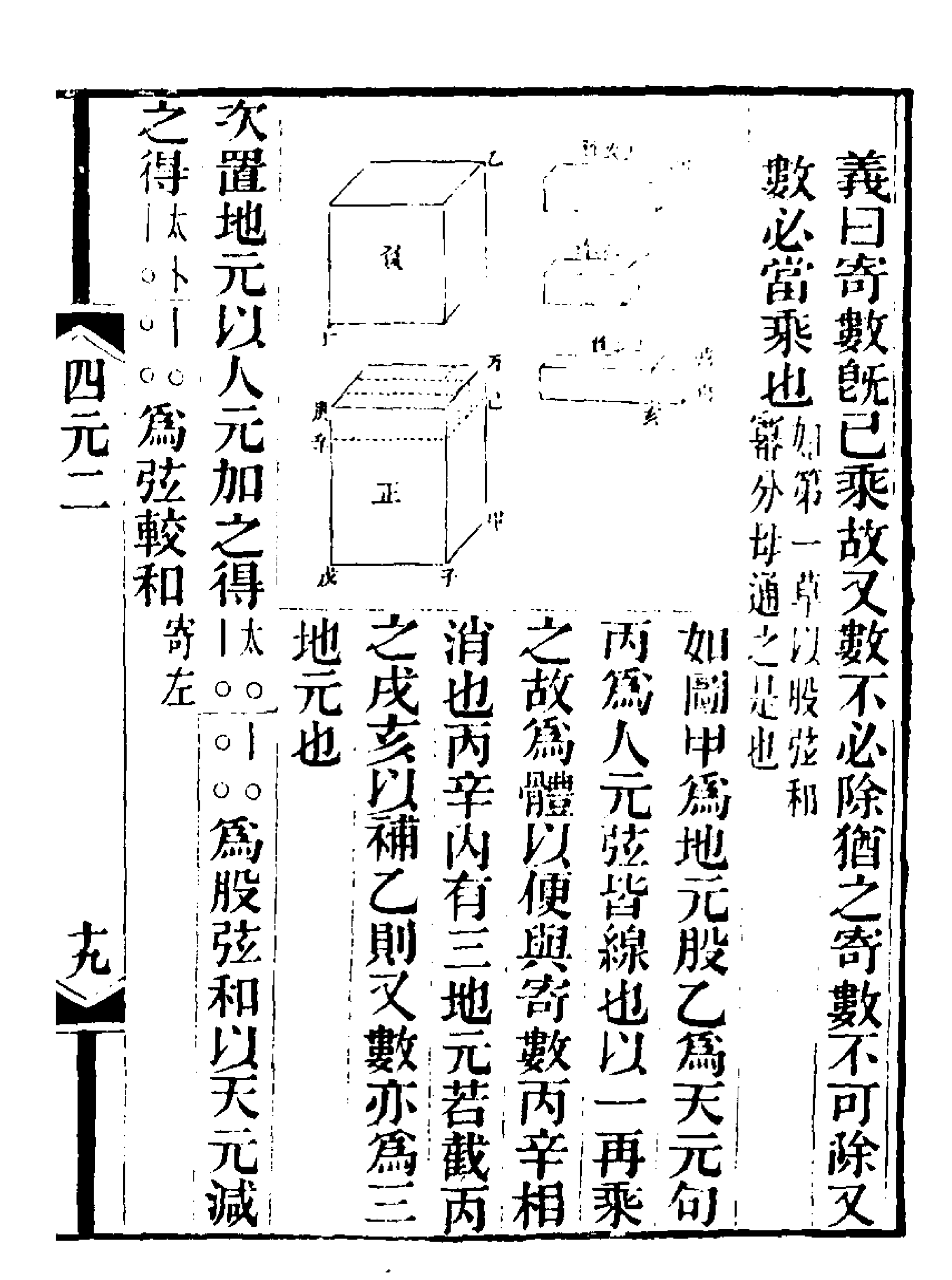
帶母直積而甲辛一段爲甲壬方虛減數也蓋本數與某乘減數亦與某乘隨本數爲消長也本數甲丙也減數甲乙也

然後以三元併之得 太〡〇〇 ｜｜〇 ⊥ 合以股弦較除之因奇數

中已帶有股弦較母故便以此爲同數與左相消得 太⊦⊦ ⊦〇 〇⊦

⊦〇 〡〇 爲今式

義曰寄數既已乘故又數不必除猶之寄數不可除又數必當乘也如第一草以股弦和冪分母通之是也



如圖甲為地元股乙為天元句丙為人元弦皆線也以一再乘之故為體以便與寄數丙辛相消也丙辛內有三地元若截丙之戊亥以補乙則又數亦為三地元也

次置地元以人元加之得

一	太
○	○
○	一
○	○

為股弦和以天元減之得

一	太
○	卜
○	一
○	○

為弦較和寄左

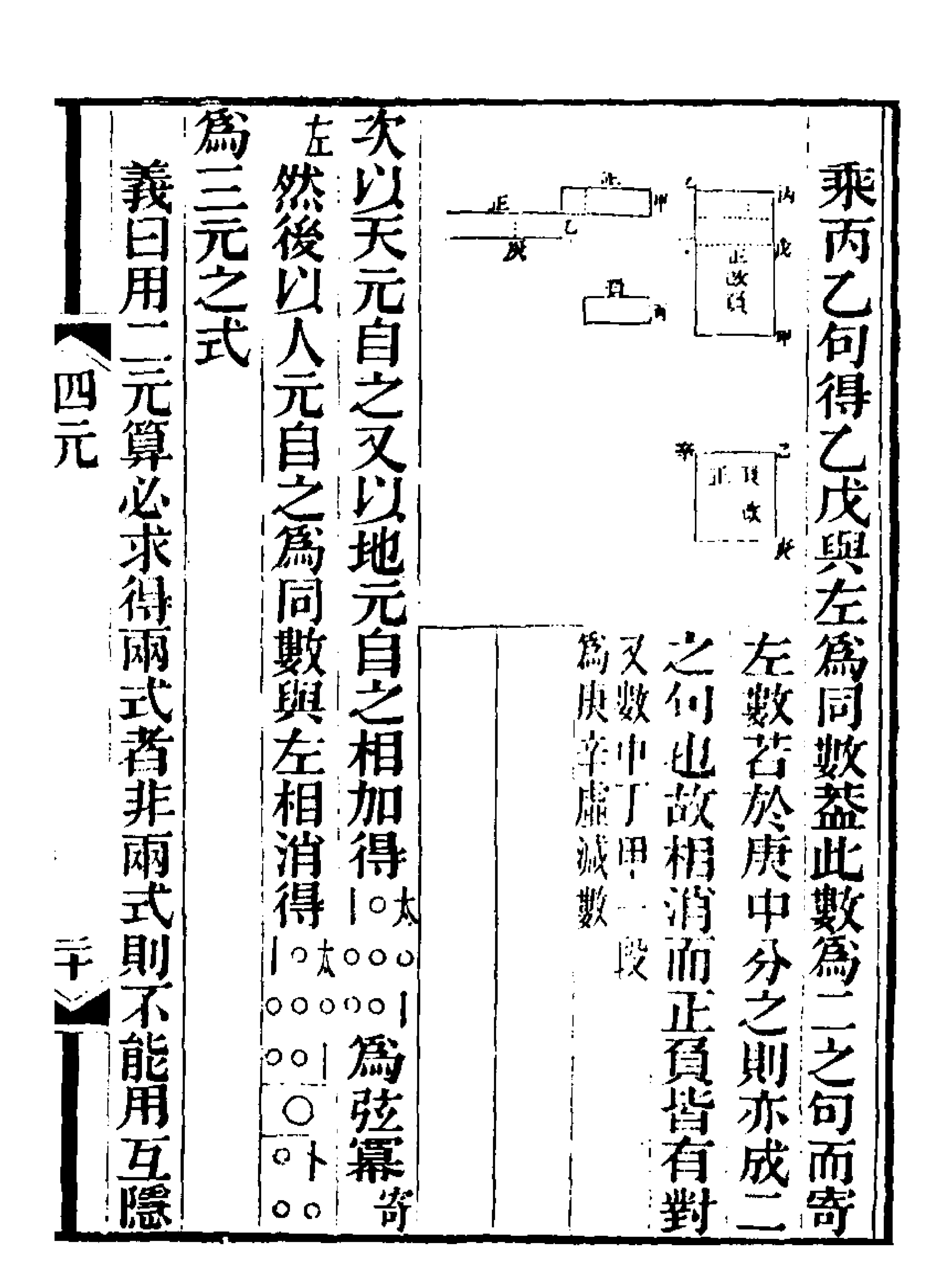
如圖甲為地元股乙為人元弦丙為天元句甲至丁一段為丙虛減數所剩丁己為句股較加乙為弦較和也此亦因又數為面故以一暗乘之也

然後置人元以天元減之得太卜|○ ○○○為句弦較奇數中合以此除因不除故今以此乘天元句得太○卜○| ○○○○○乃為同數也

義曰此即上所謂奇數不可除又數必當乘也

與左相消得太卜||卜 |○○○○為云式

如圖甲丙為弦以己庚句虛減之餘丙戊為句弦較以



乘丙乙句得乙戊與左爲同數益此數爲二之句而寄

左數若於庚中分之則亦成二之句也故相消而正負皆有對

又數中丁甲一段爲庚辛虛減數

次以天元自之又以地元自之相加得

然後以人元自之爲同數與左相消得

爲三元之式

義曰用二元算必求得兩式者非兩式則不能用互隱

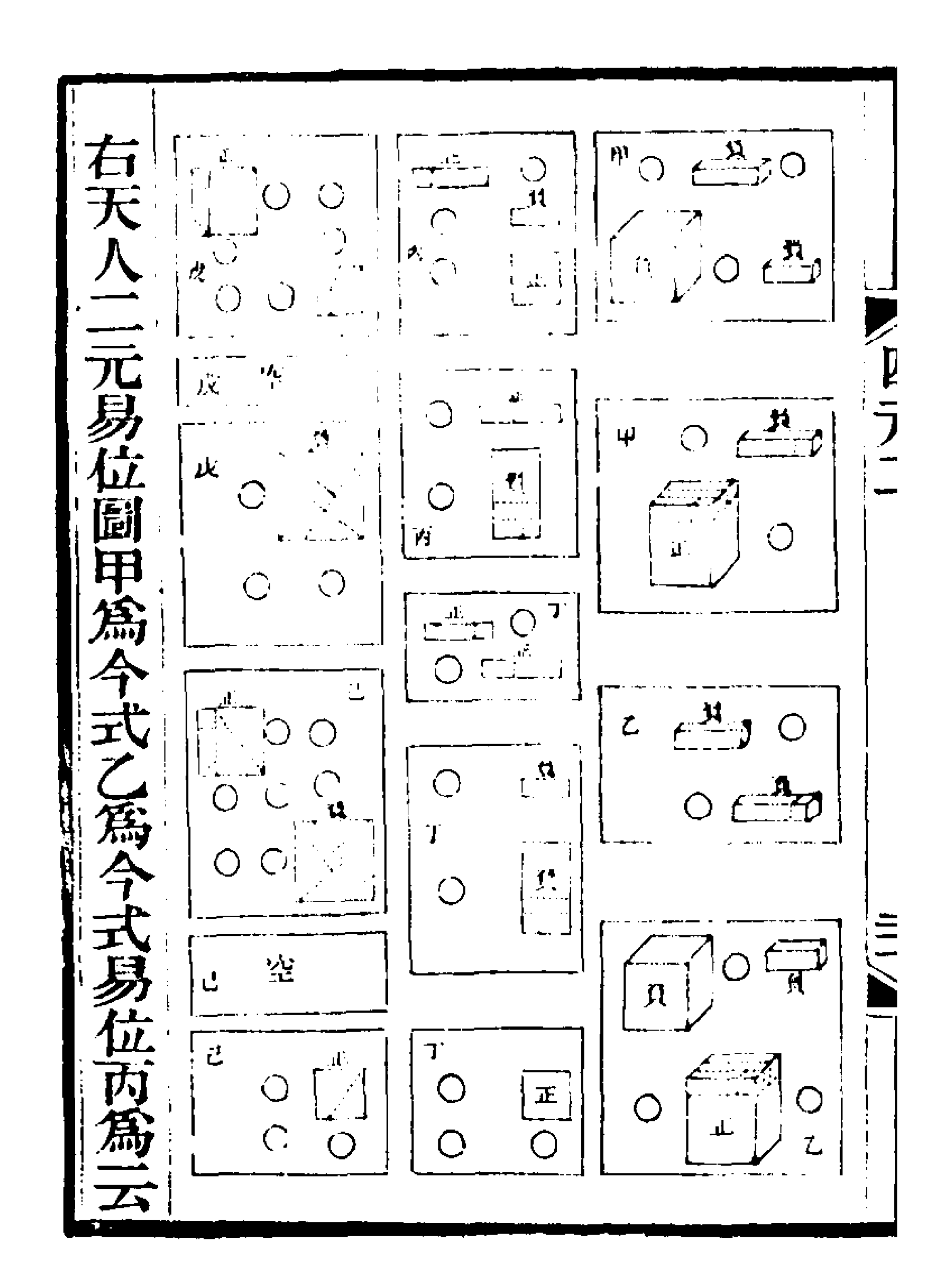
通分消也用三元必求得三式者非三式則別而相消後僅能得一式亦不能互隱通分消之也用四元必求得四式者蓋四元用兩次別消有四式則第一次消得三式第二次消得二式否亦不能用互隱通分消也

如圖甲乙爲弦冪中函四句股積一句股較冪今移子爲丑移己爲午移寅爲卯則弦冪變爲一句冪乙丙一股冪甲丁矣此圖解句股

乃以上三式別而消之先以天人二元易其位易今式爲

云式爲　三元之式爲　○

義曰剔而相消者消多方爲一方也消多方爲一方則止剩天地元諸數而無人元諸數猶之通分消消多行爲一行則止剩天元諸數而無地元諸數也今欲求弦弦人元也若不易其位則人元且消去矣惡從而求所謂弦哉



右天人二元易位圖甲爲今式乙爲今式易位丙爲云

式丁為云式易位戊為三元之式己為三元之式易位條段悉依算式之位每方中有虛格幾亦作幾〇以識之更分明也

乃並列之先以云式與三元之式相減得

卜 丨 太
○ ○ 丨
○ ○ 丨
　 ○ 卜
　 ○ 卜

為初消式

義曰相消法古既無傳初消式諸名亦無所本也所以創立此名者欲以識別諸式也

以初消式下方偏乘云式得

卄 ○
卜 卜
○ 卜
○ 丨
○ ‖
○ 丨
○ 卜
○ 卜

以初消式齊下直減之得

卜 ○
卄 卜
○ 卜
丨 丨
卜 丨
○ ○

為次消式

義曰不以云式下方偏乘初消式者云式下方為丨故不須乘也

以初消式齊右直減之得○卜卜○ 卜○丨○為三消式

義曰此非能消去一方也僅能消去一行耳所以如此者總欲求行數之少耳

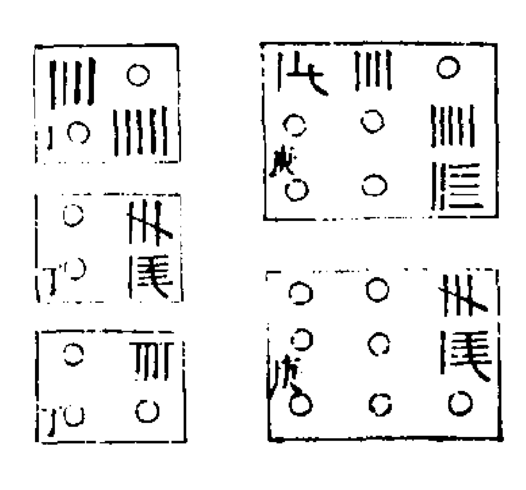
以三消式升一位自相加得○卜卜卜卜 卜卜○丨丨以直減次消式得丨卄‖ ○卜‖為前得式

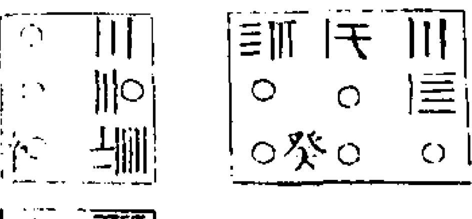
義曰本當以上一方互相徧乘互相徧乘者欲齊上方諸數也今以三消式升一位自相加而上方諸數亦齊益數有適合便可省乘也

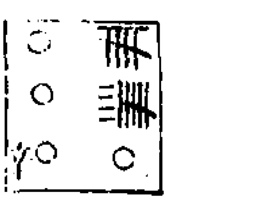
初消式圖

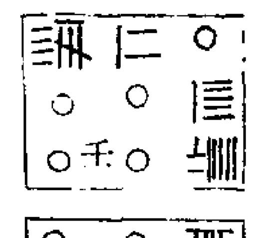
丁爲云式己爲三元之式庚爲初消式也

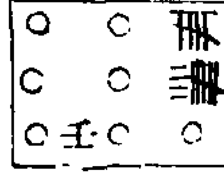
次消式圖





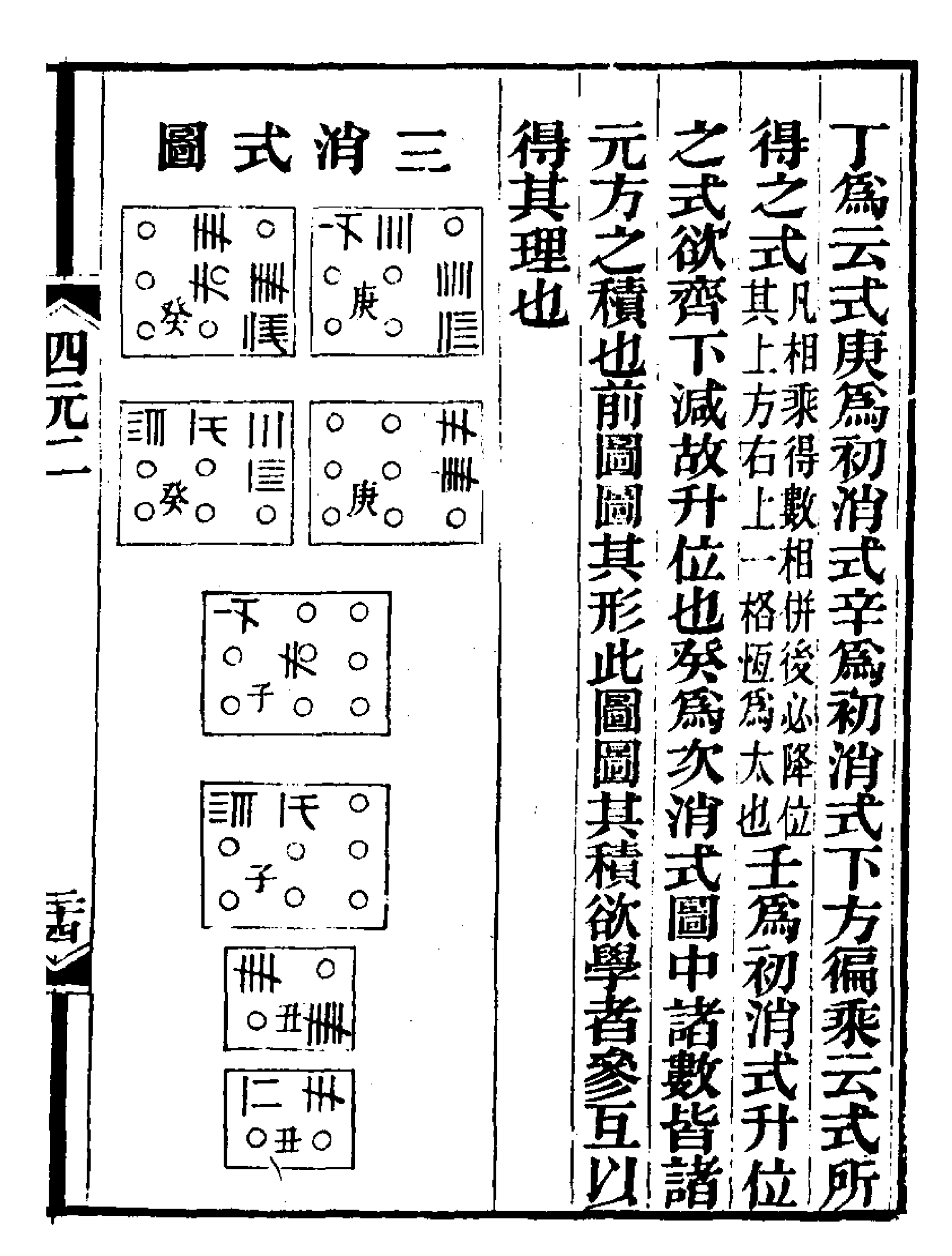




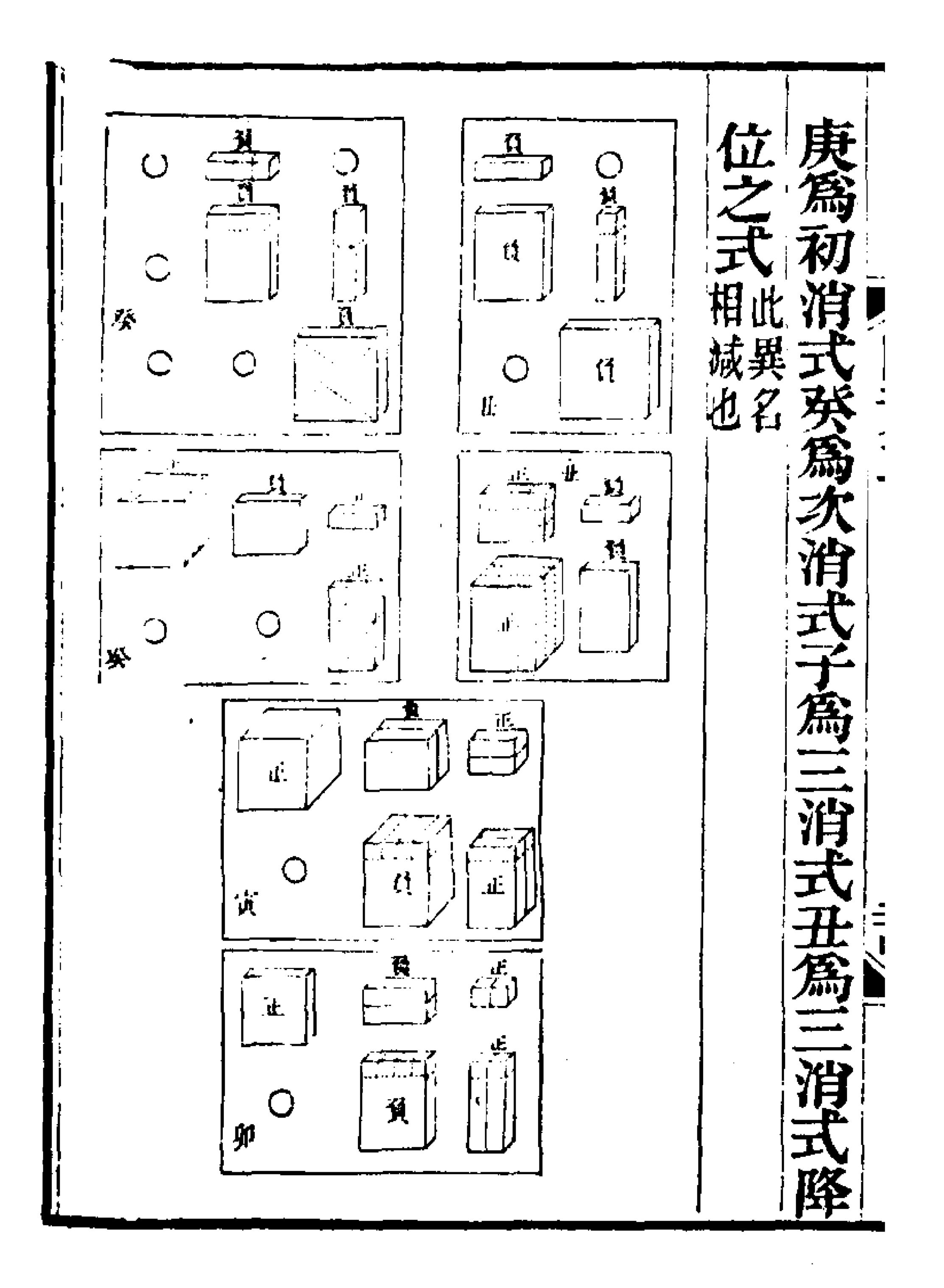


丁爲云式庚爲初消式辛爲初消式下方偏乘云式所得之式凡相乘得數相併後必降位其上方右上一格恆爲太也壬爲初消式升位之式欲齊下減故升位也癸爲次消式圖中諸數皆諸元方之積也前圖圖其形此圖圖其積欲學者參互以得其理也

三消式圖



庚為初消式癸為次消式子為三消式丑為三消式降位之式此異名相減也



右前得式圖癸爲次消式丑爲三消式升一位自相加

式寅爲前得式卯爲前得式降位之式

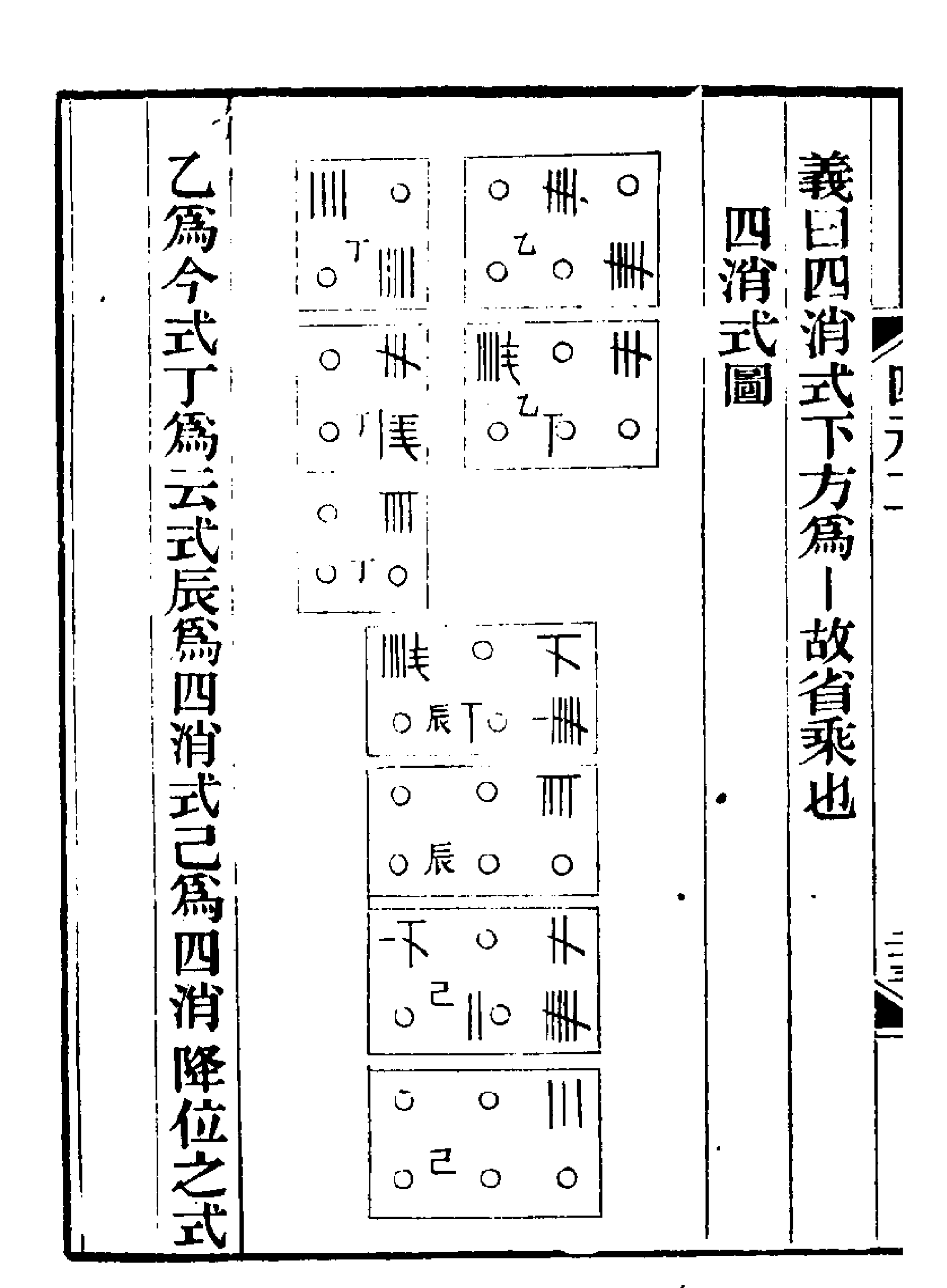
次以今式齊上直減云式得 卜○卌 ○|卜 ○| ○○ 爲四消式

義曰凡言齊下者必有一式依人元位暗升也依人元位暗升者謂太極升爲人元人元升爲人元冪也或升二位則太極升爲人元冪人元升爲人元再乘數也言齊上者則不升也言齊左者必有一式依地元位暗升也言齊右者則不升也若直言升一位者則依天元也若通分消言齊下者亦依天元位暗升也

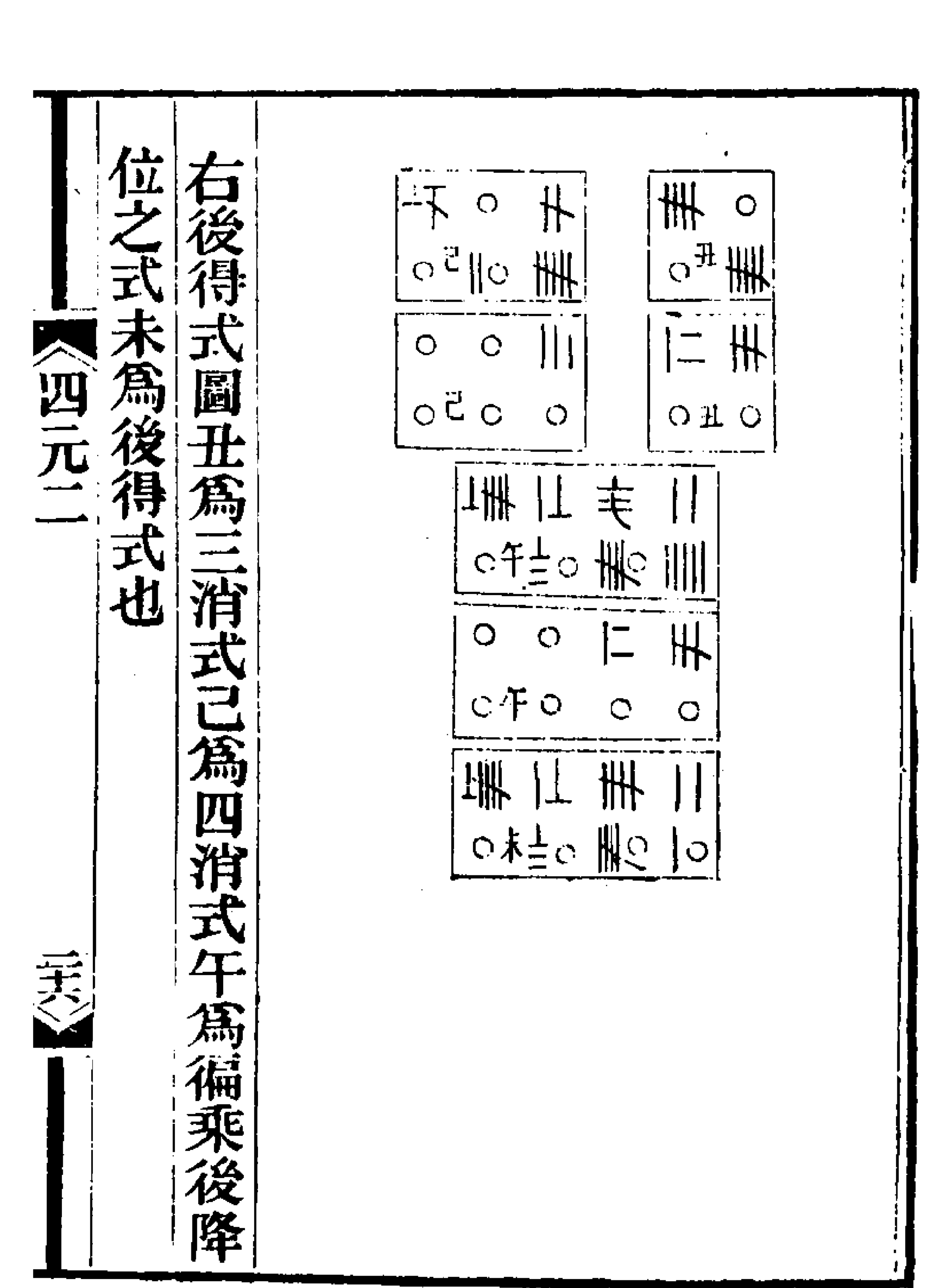
以三消式下方徧乘四消式得 卜|卌‖ ○|卌| |卜 ○○ 卽以三消式直減之得 卜|卜‖ ○|卌‖ 爲後得式

義曰四消式下方爲丨故省乘也

四消式圖



乙爲今式丁爲云式辰爲四消式己爲四消降位之式

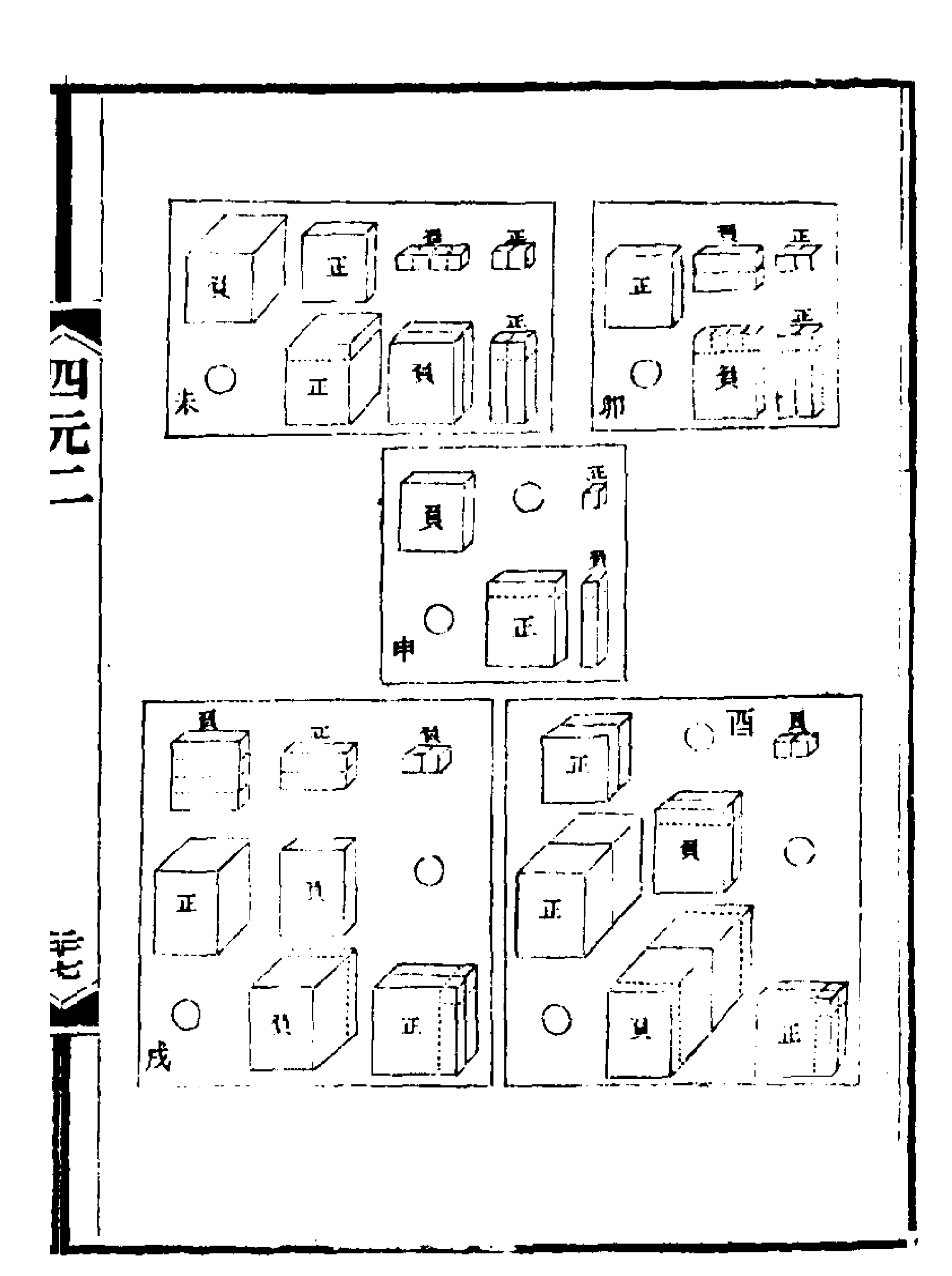


右後得式圖丑爲三消式巳爲四消式午爲徧乘後降位之式未爲後得式也

乃以前後兩式齊右直減得 [illegible] 與前式列爲左右 [illegible]

義曰前後式行數未齊故消去一行乃並列也然或先並列消去一行後重列之亦可不拘也

以右式右行偏乘左式得 [illegible] 以左式右行偏乘右式得 [illegible] 左右相減得 [illegible] 爲左行其兩式之左一行同爲丨不須乘便直相減得 [illegible] 爲右行乃以左右行並列之 [illegible] 內二行相乘得 [illegible] 外二行相乘得 [illegible] 內外相消得 [illegible] 開平方得五步

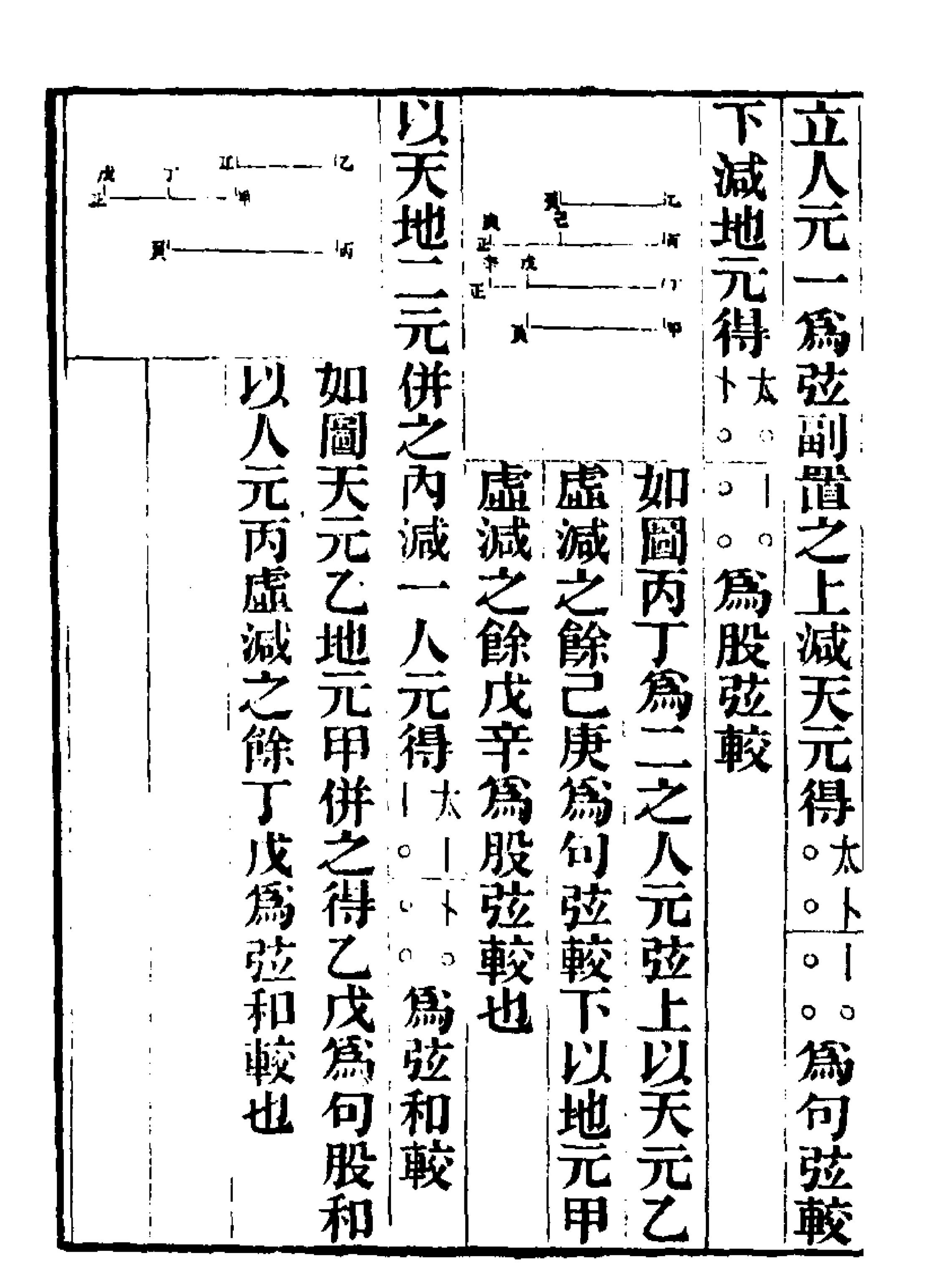

未
負
正
正
正
負
正
正
負
卯
正
負
正
正
負
申
負
正
負
正
戌
負
正
負
正
負
正
酉
負
正
負
負
正

右互隱通分消總圖也卯爲前得式未爲後得式申爲齊右相減所得式無論相乘相減相消得數後必降位也酉爲右式卽卯右

行徧乘左式所得之式（左式即申）戌為左式右行徧乘右式所得之式亥為酉戌二式減得之式即左行也變為面者式中無體積故也東為左右二式直減所得之式即右行也變為面者亦無體積也西為內二行相乘之式南為外二行相乘之式北為開方式也

第四草立天元一為句立地元一為股句減股得（太卜|○）為句股較

如圖甲為地元股乙為天元句甲至丙為句所虛減丙至丁為句股較也



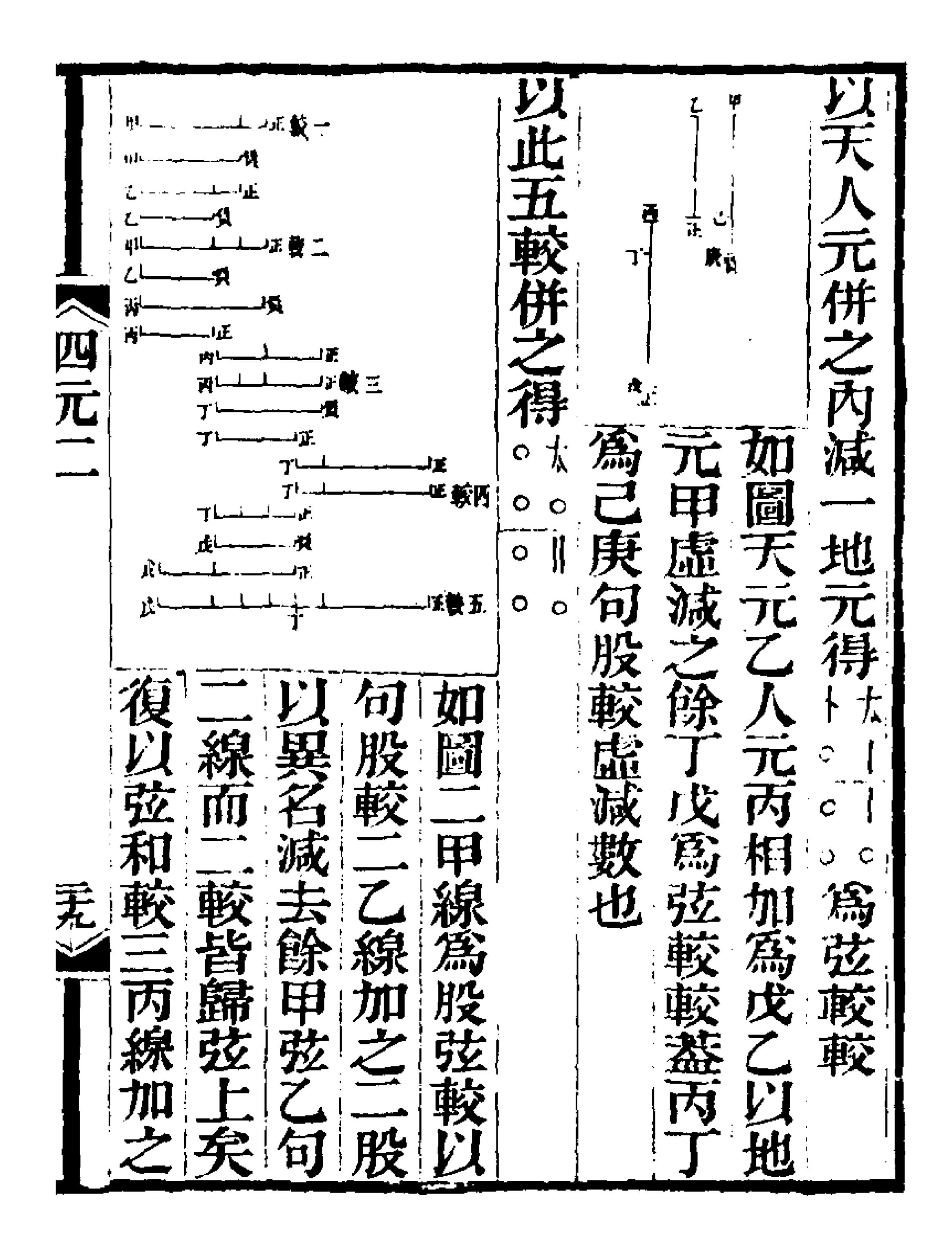
立人元一爲弦副置之上減天元得太○卜○|○○○爲句弦較

下減地元得太卜○○|○○○爲股弦較

如圖丙丁爲二之人元弦上以天元乙虛減之餘己庚爲句弦較下以地元甲虛減之餘戊辛爲股弦較也

以天地二元併之內減一人元得太|○○|卜○○爲弦和較

如圖天元乙地元甲併之得乙戊爲句股和以人元丙虛減之餘丁戊爲弦和較也



以天人元併之內減一地元得𠆤|◦|◦|◦爲弦較較

如圖天元乙人元丙相加爲戊乙以地元甲虛減之餘丁戊爲弦較較盈丙丁爲己庚句股較虛減數也

以此五較併之得

如圖二甲線爲股弦較以句股較二乙線加之二股以異名減去餘甲弦乙句二線而二較皆歸弦上矣復以弦和較三丙線加之

二句二弦以異名減去餘丙股一線而三較皆歸股上矣復以弦較較三丁線加之二股以異名減去餘丁句丁弦二線而四較皆歸句弦上矣復以句弦較二戊線加之二句以異名減去餘丁弦戊弦二線而五較皆歸二弦上矣

以地元乘之得〔太○○○｜○○‖○〕為一段股乘五較積寄左

甲　正　丙
乙

如此甲乙二人元為五較甲丙地元為股丙乙為股乘五較積也

然後以天人二元併之得〔太｜｜○｜○○○○〕仍以人元乘之得式〔太○○｜○｜○○○○○○〕為同數與左相消得〔太｜｜○｜卄○○○〕為今式

如圖戊庚爲天元庚己戊辛皆人元己辛爲弦乘句弦和積與左相消則辛庚與甲子對庚壬與丙子對壬己與癸乙對恰消盡也乃依人元降位辛己變爲子丑二線丙乙變爲寅卯二線未相消以前位有一定非乘不升非除不降旣相消以後位無一定加減時或升得數後有羃無元者必降也

次以天地二元併之得〡太〡〡〇爲句股和以天人二元併之

得 太||〇 〇〇〇〇 爲句弦和以地人二元併之得 太〇|〇 |〇〇〇 爲股弦和以三元併之得 太||〇 |〇〇〇 爲弦和和以地人二元併之內減一天元得 太⊥|〇 |〇〇〇 爲弦較和以此五和併之得 太|||||〇 |||〇〇〇

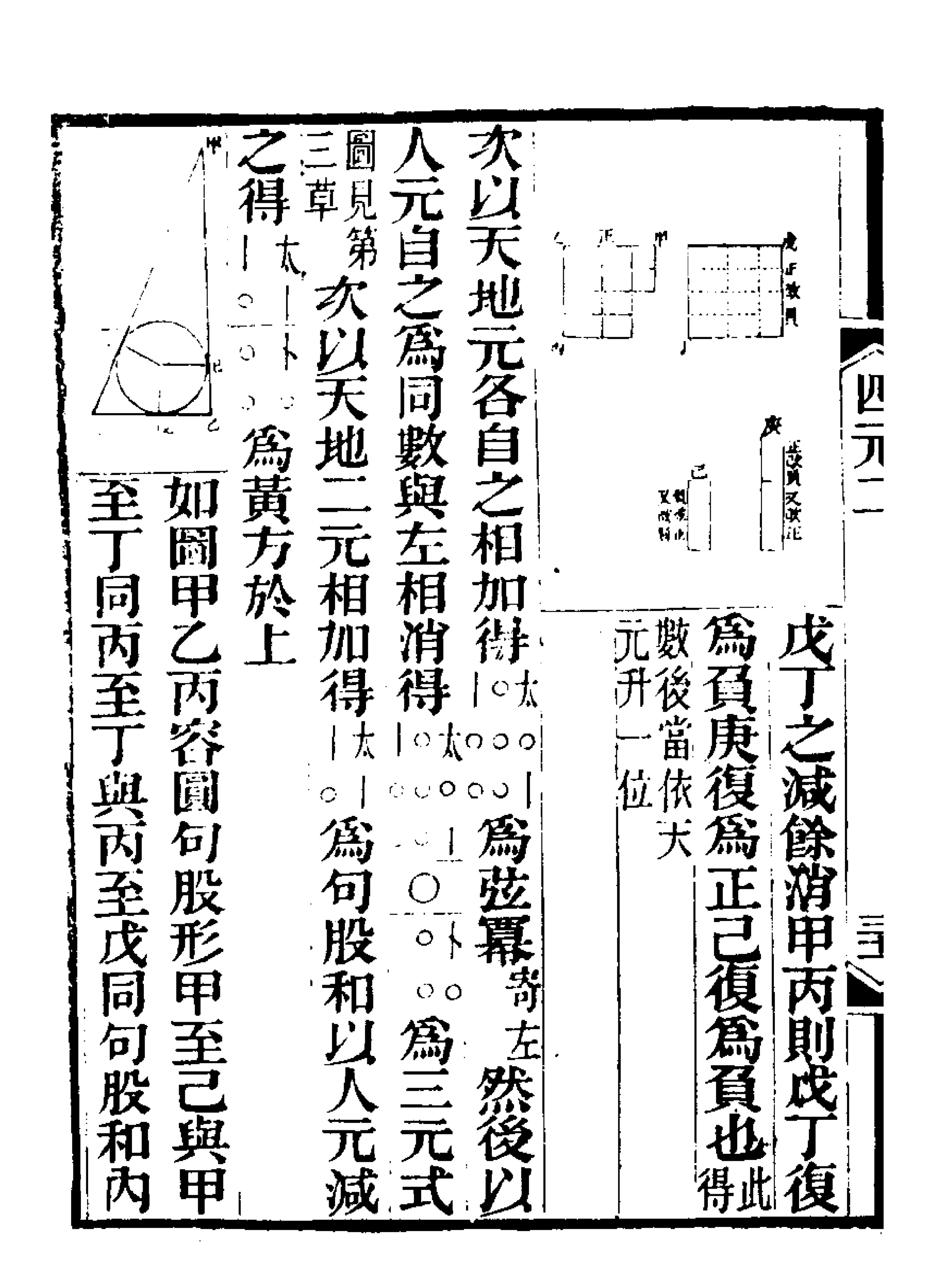
如圖甲爲句股和乙爲股弦和丙爲句弦和丁爲弦和和戊爲弦較和其四天元四地元四人元二天元以異名減去故算式中止二天元也圖以一乘之者以又數爲面故也

以天元除之得〇𝍦…為句除五和數寄左

如圖甲乙為天元除二句數丙丁為天元除四股數戊己為天元除四弦數皆為前圖三分之一也

然後以地元自之得…為股羃於上以天元減人元得…為句弦較以減上得…為同數與左相消得…為云式

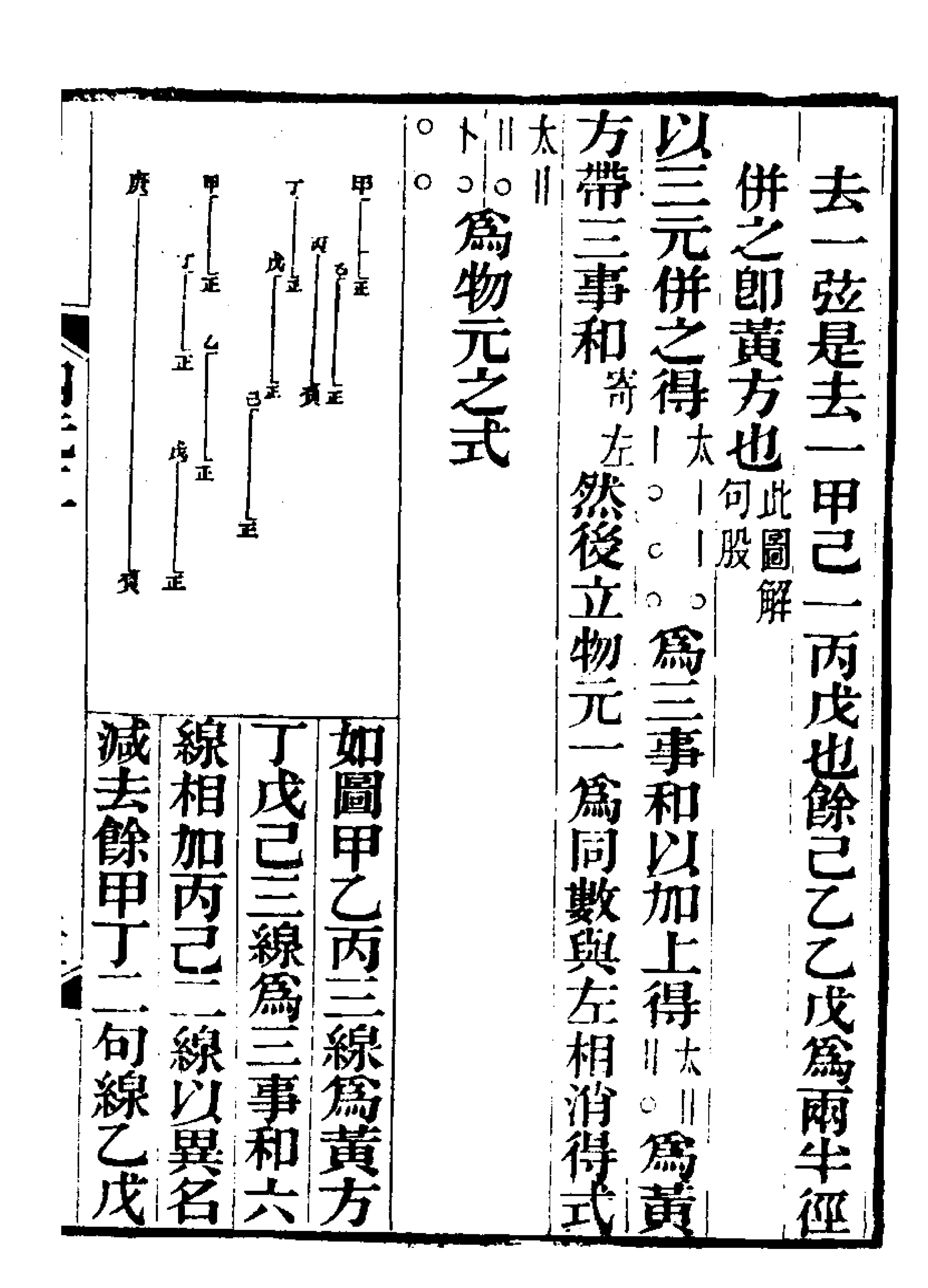
如圖己為天元庚為人元戊丁為地元羃甲乙丙為寄左數本以己虛減庚則庚為正而己為負繼以庚之減餘轉減戊丁則戊丁為正而庚變為負己變為正繼以



戊丁之減餘消甲丙則戊丁復爲負庚復爲正己復爲負也此得數後當依大元升一位

次以天地元各自之相加得 |○太 ○○ | 爲茲冪寄左然後以人元自之爲同數與左相消得 |○太○○○ ○○○○○ ○|○ ○○ ○|○ ○○ 爲三元式圖見第三草次以天地二元相加得 |太 ○| 爲句股和以人元減之得 |太 ○|○ ○|○ 爲黃方於上

如圖甲乙丙容圓句股形甲至己與甲至丁同丙至丁與丙至戊同句股和內



去一弦是去一甲己一丙戊也餘己乙乙戊爲兩半徑併之卽黃方也此圖解句股

以三元併之得太｜○○○｜｜○為三事和以加上得太‖○‖○為黃方帶三事和寄左然後立物元一為同數與左相消得式太‖‖○○卜○○○為物元之式

如圖甲乙丙三線爲黃方丁戊己三線爲三事和六線相加丙己二線以異名減去餘甲丁二句線乙戊

二股線與物元庚爲等數也

乃以四式剔而消之先以今式與三元之式齊下位相減

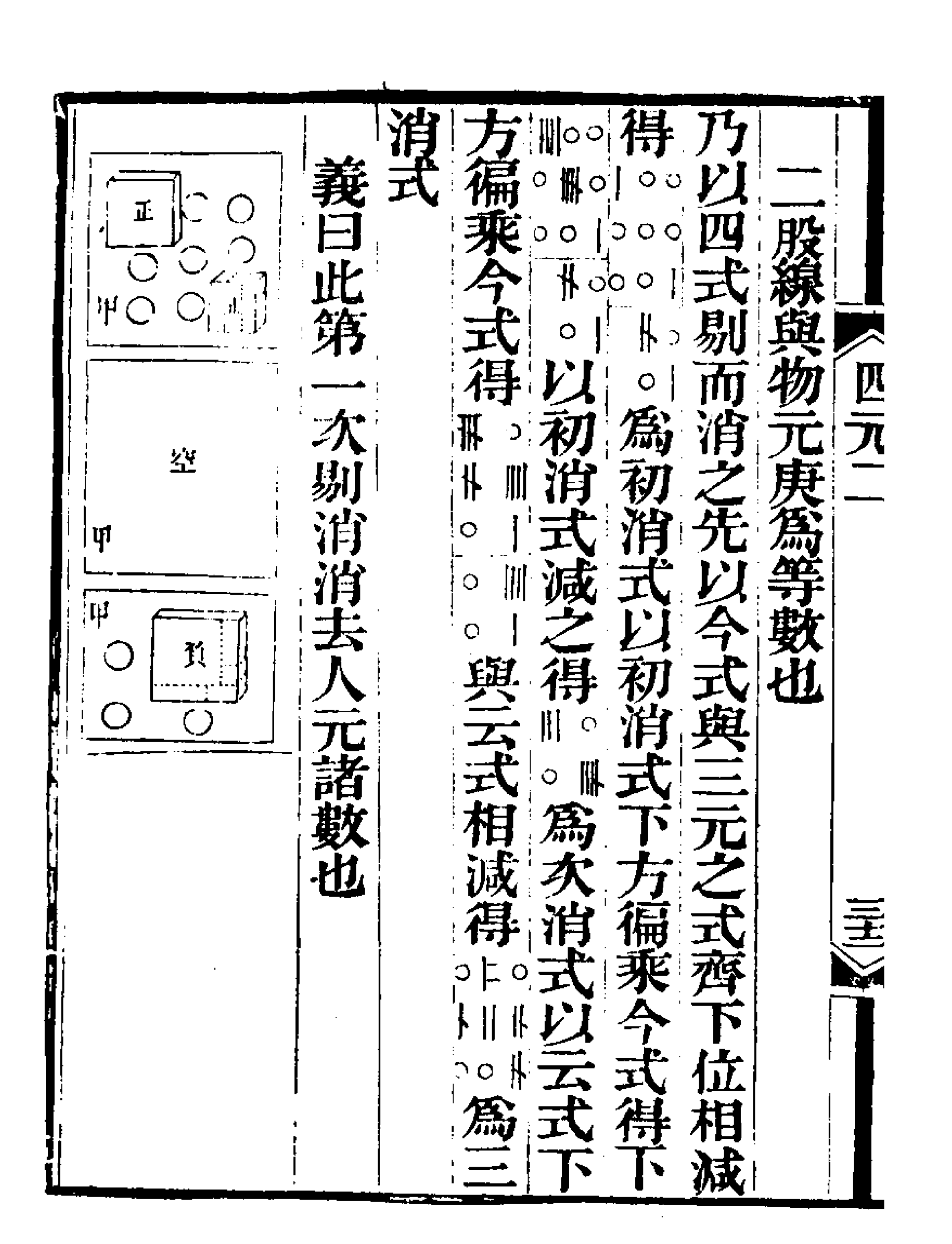
得 [籌式] 爲初消式以初消式下方偏乘今式得下

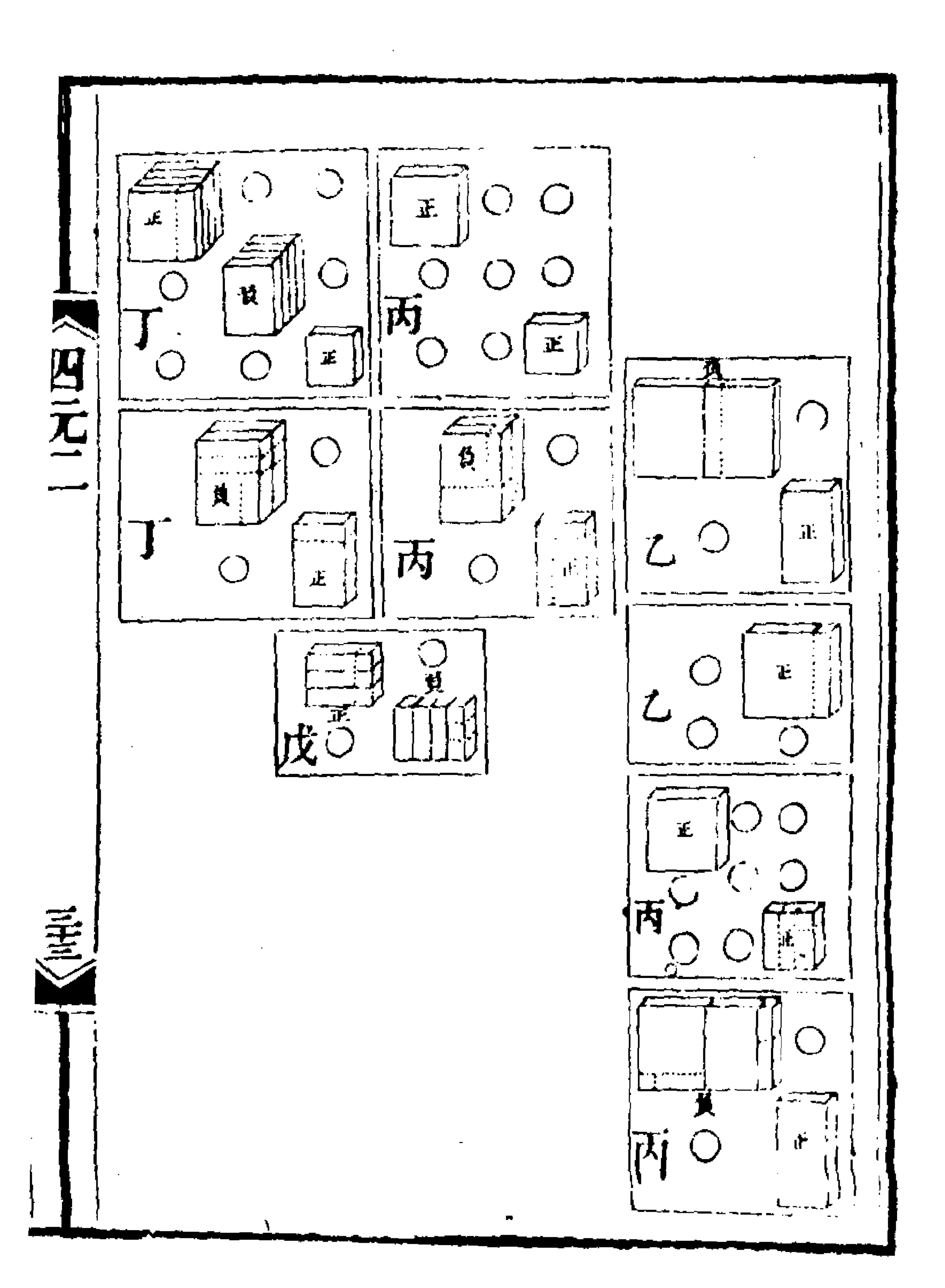
[籌式] 以初消式減之得 [籌式] 爲次消式以云式下

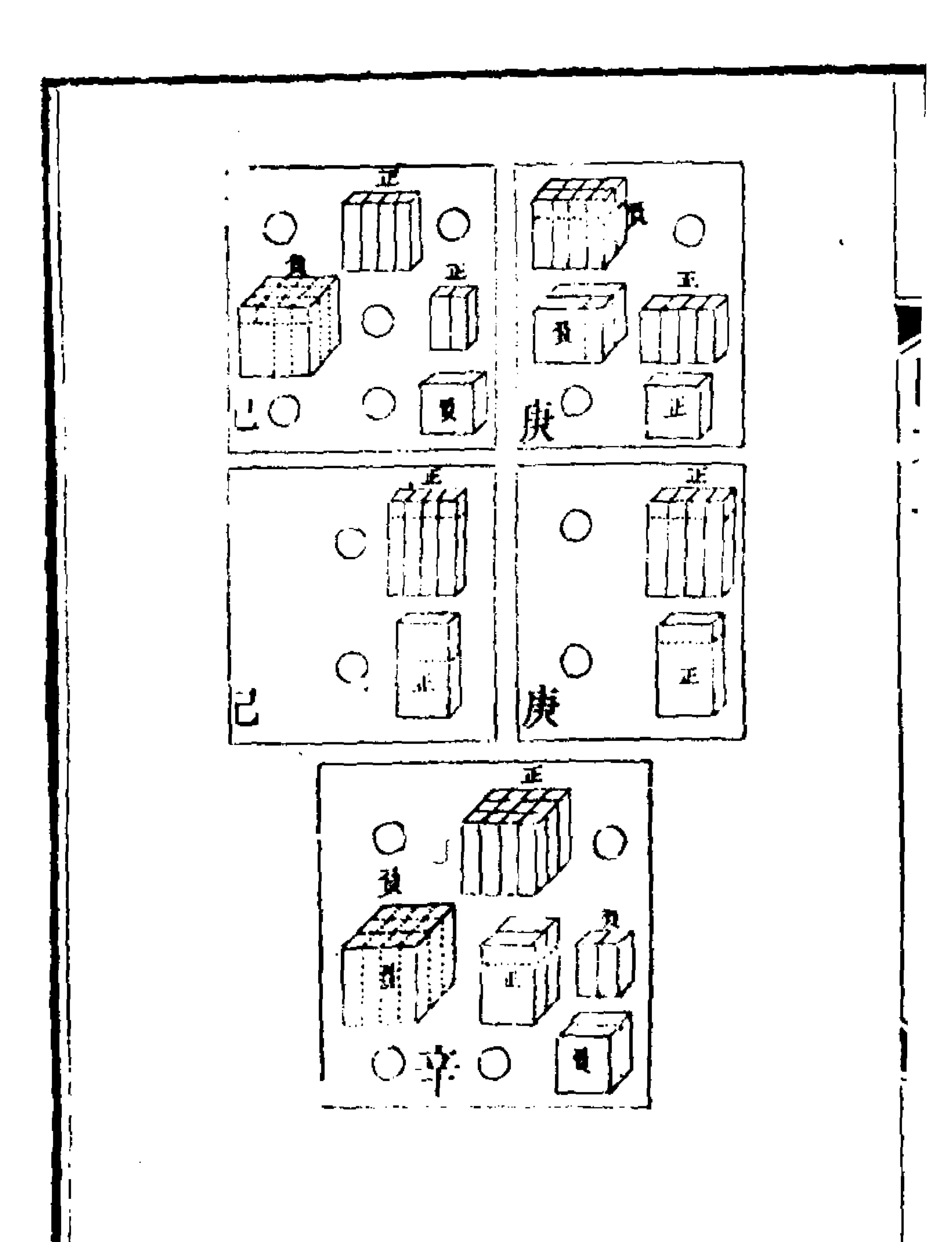
方偏乘今式得 [籌式] 與云式相減得 [籌式] 爲三

消式

義曰此第一次剔消消去人元諸數也




丁
正
負
正
丙
正
正
丁
負
正
丙
負
正
乙
負
正
乙
正
丙
正
正
丙
負
正
戊
正
負



正
負
正
負
己
負
正
負
正
正
庚
正
正
己
正
正
庚
正
負
正
負
負
辛

右第一次剔消圖甲為三元式乙為今式丙為初消式丁為初消式下方乘今式所得之式戊為次消式己為云式庚為云式下方乘今式所得之式辛為三消式

以三消式二之得 [illegible] 以次消式齊下減之得 [illegible] 為四消式

義曰此齊下乃依天元升位也因物元式中止有天元無天元冪故此亦消去天元冪然後與彼相消也

以物元之式倍之得 [illegible] 以次消式減之得 [illegible] 移物元居天元位得 [illegible] 便為左行

義曰第三草易位而後剔消此剔消而後易位以見理

之無不通也

以四消式上層徧乘物元式得

以物元式上層徧乘四消式得

兩得式相消得

移物元諸數各居天元諸位得

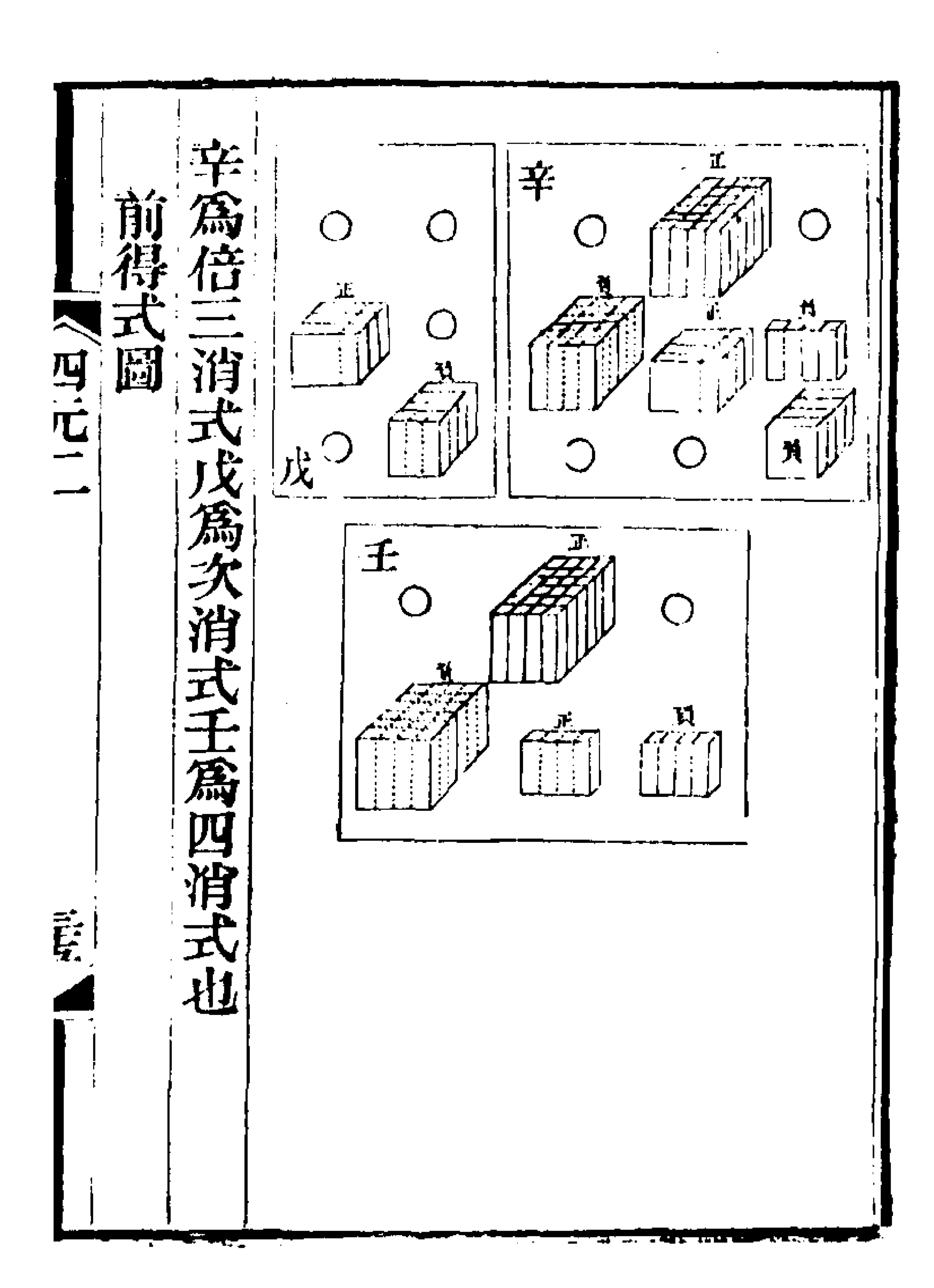
為後得式

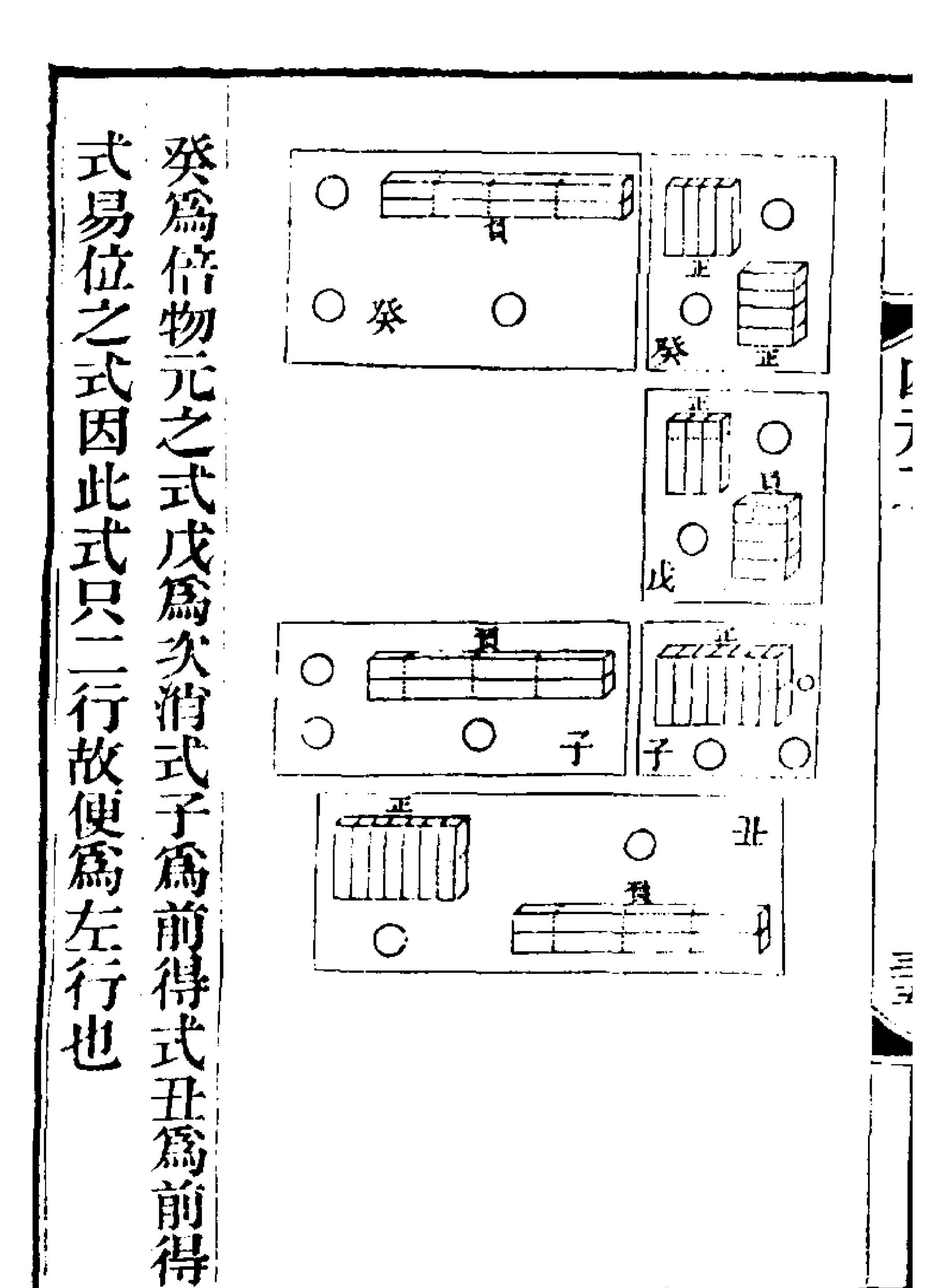
義曰此第二次別消消去天元諸數也若先易位則所消之天元乃物元也

四消式圖

辛爲倍三消式戊爲次消式壬爲四消式也

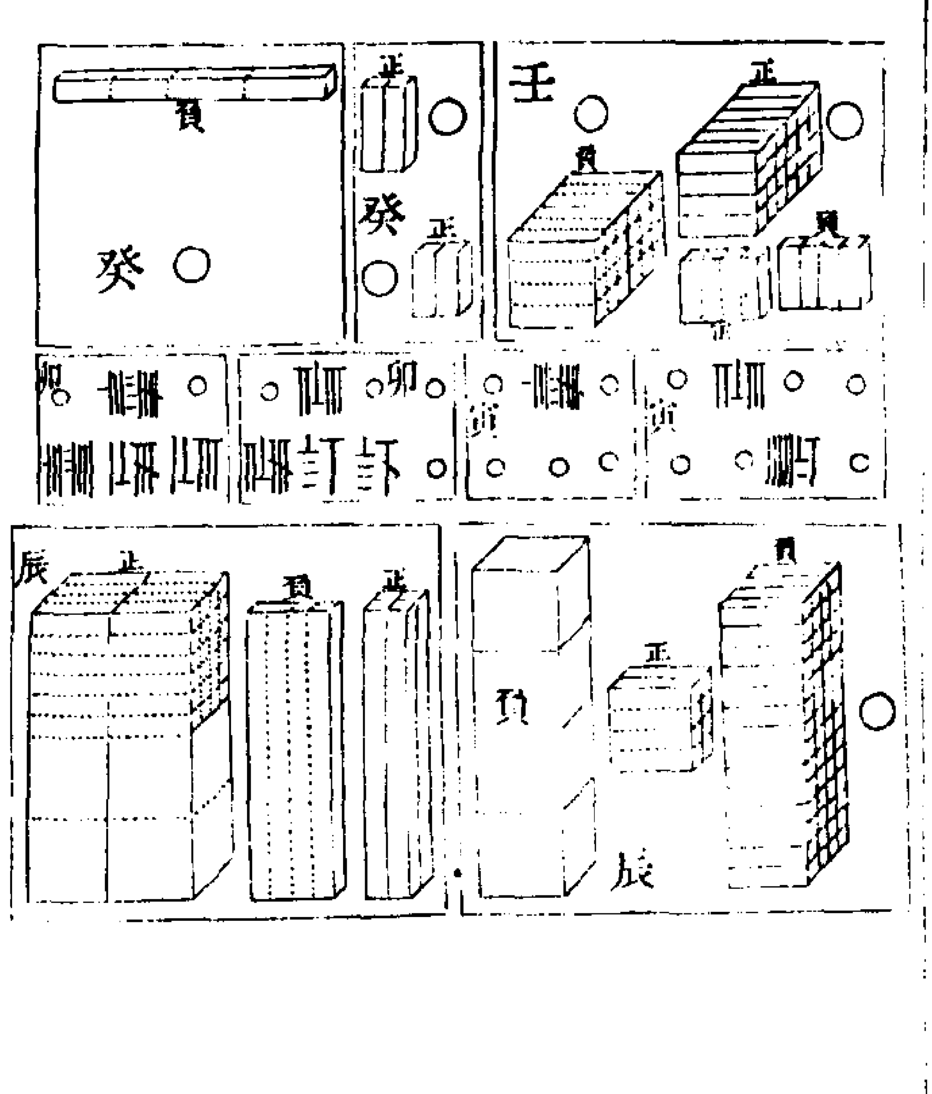
前得式圖

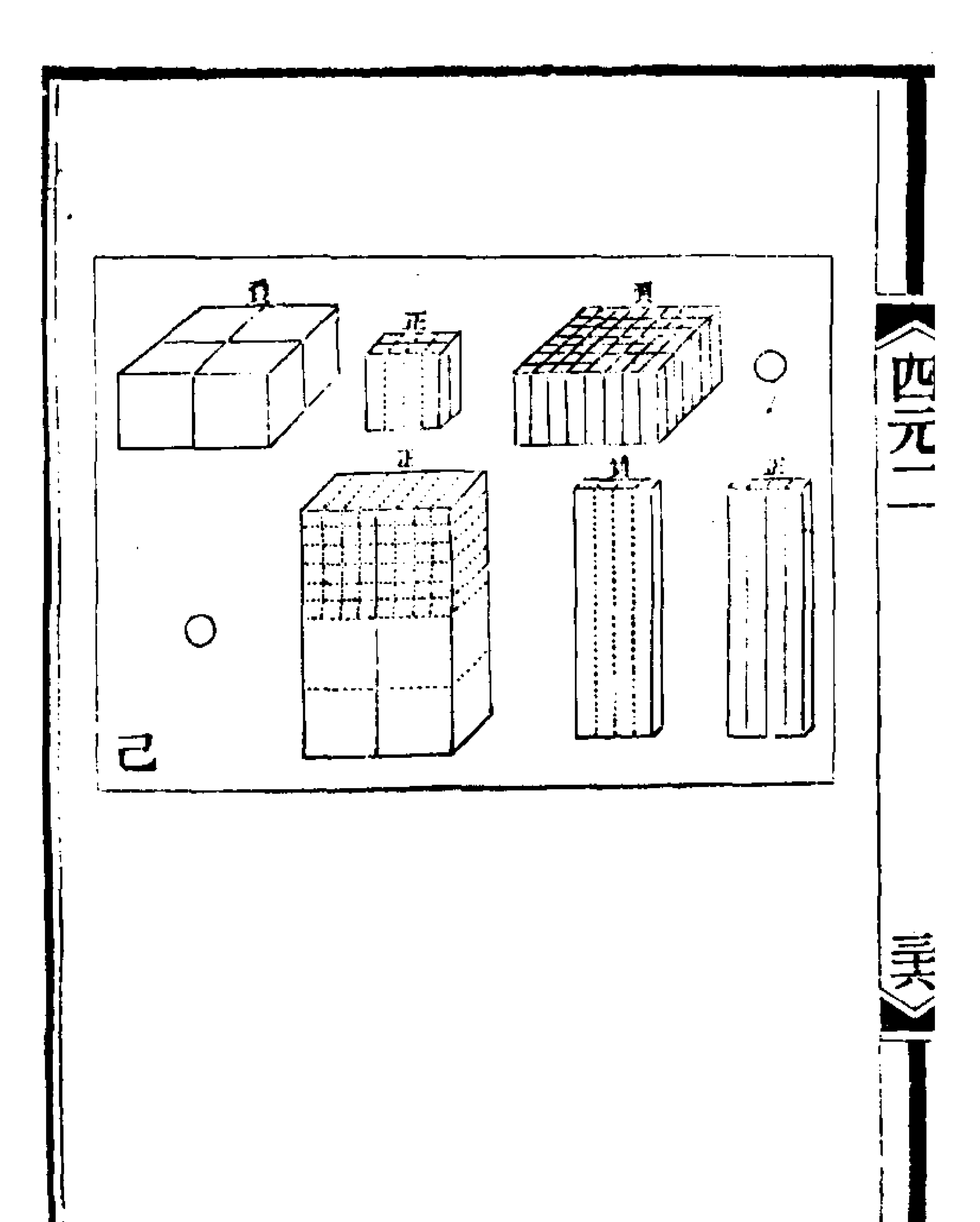




癸爲倍物元之式戊爲次消式子爲前得式丑爲前得式易位之式因此式只二行故便爲左行也

後得式圖




己

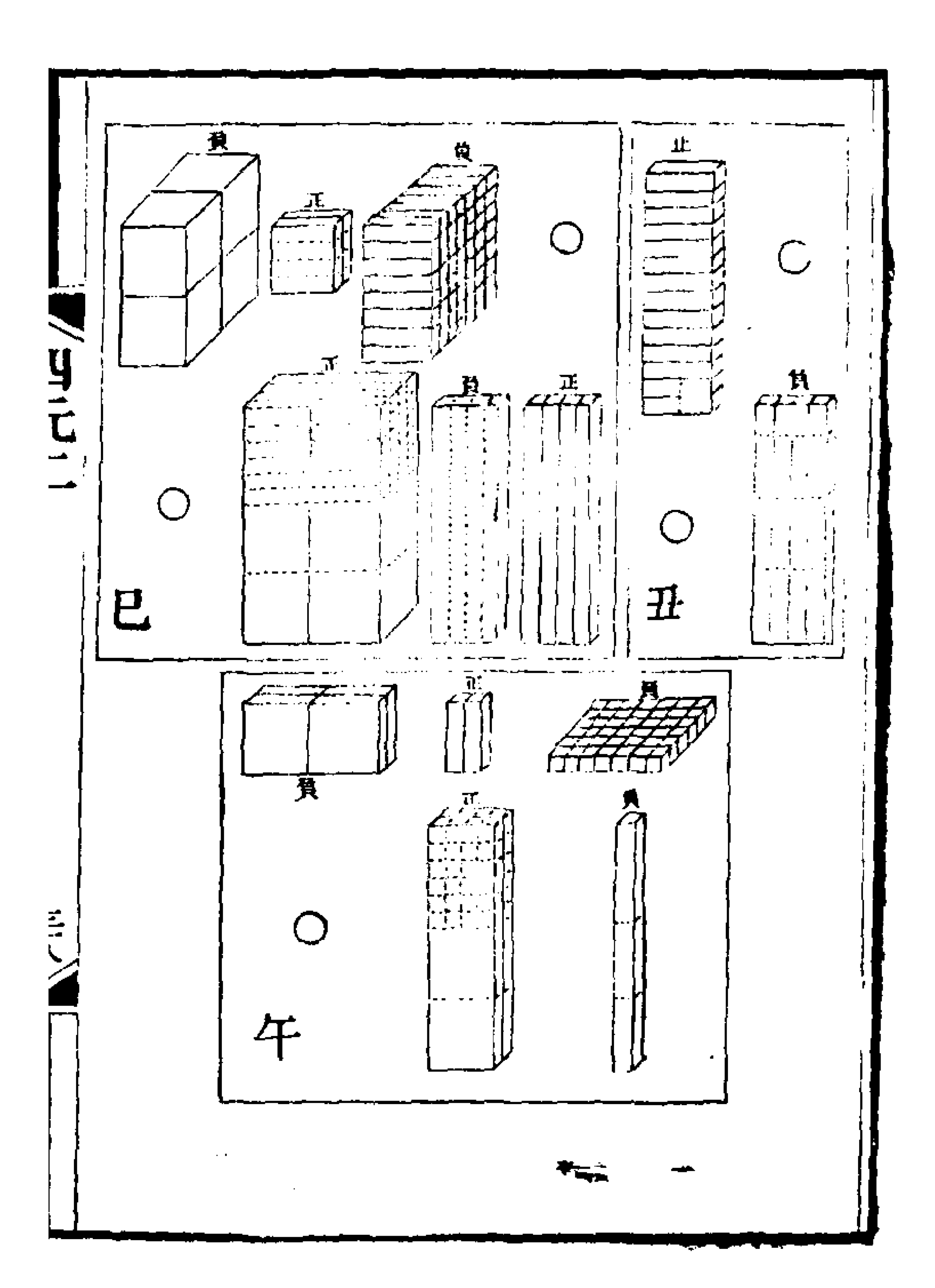
壬爲四消式癸爲物元式寅爲壬式上層乘癸式所得之式卯爲癸式上層乘壬式所得之式此二式因數太繁故圖其總積也如丙爲四十八箇地元自乘方之總積餘倣此辰爲後得式己爲後得式易位之式

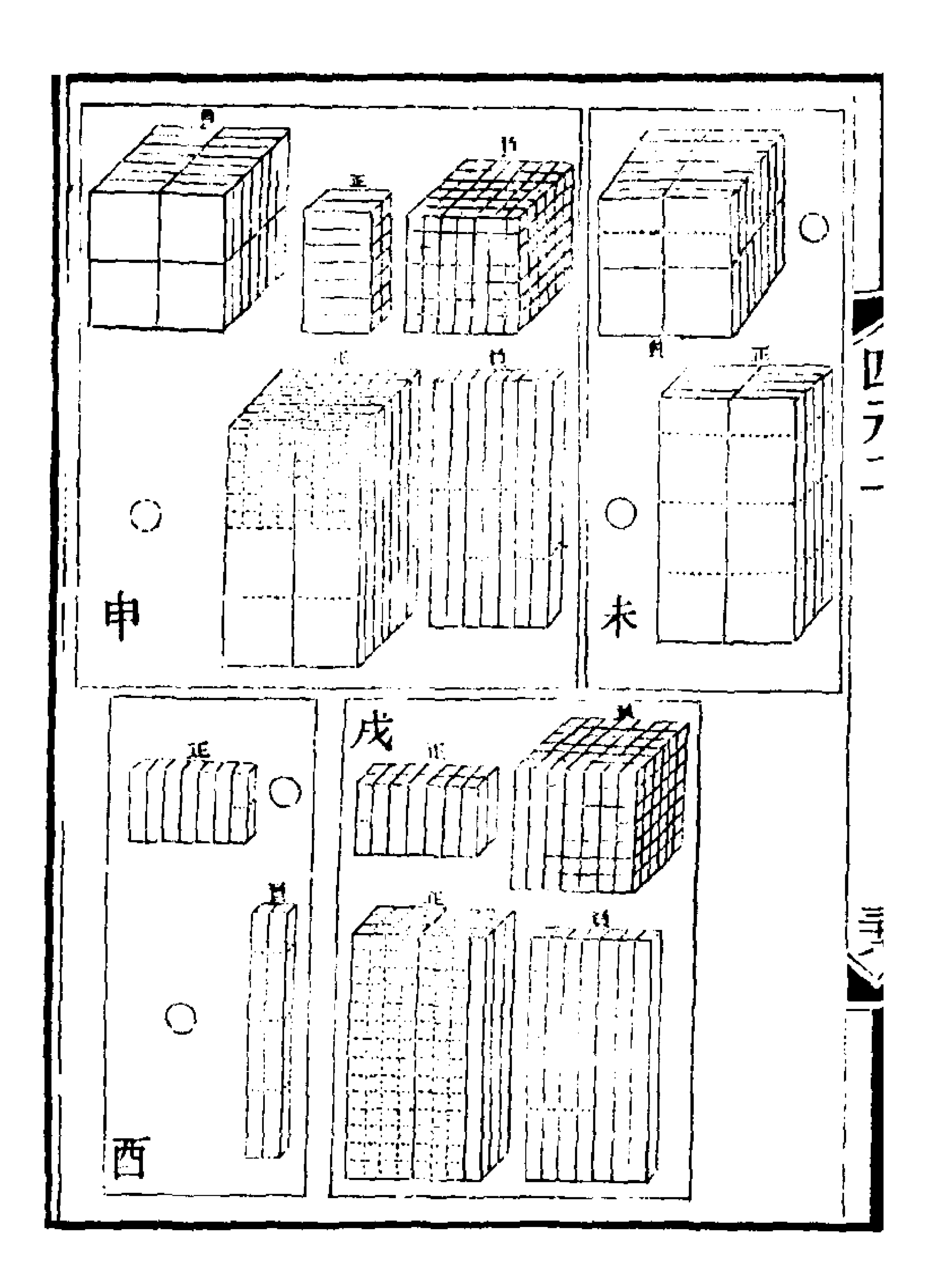
以左行消後式先以左行倍之得[illegible]○[illegible]以減後式右行得[illegible]○[illegible]

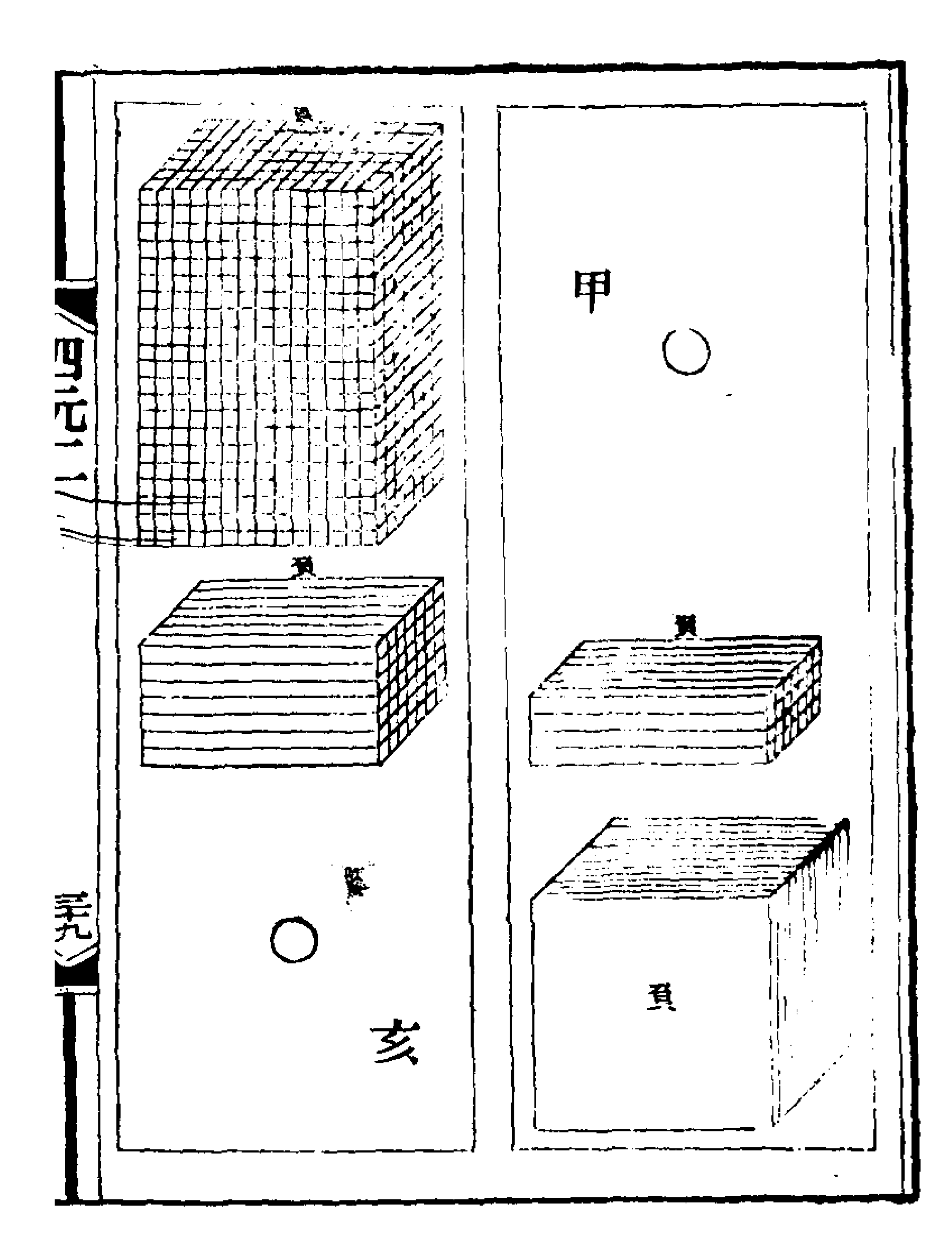
義曰左行己無可消故不曰兩式相消而曰以左行消後式也左行倍之其右一行恰與後式之右一行等則便可省乘也

以此減餘式之左一行徧乘左行得[illegible]○[illegible]○[illegible]復以左行之左

一行徧乘減餘式得以乘得兩式齊左相減得為右行也與左行相列得內二行相乘得外二行相乘得內外相消得開平方得一十四步


負
正
負
正
負
正
巳
正
負
丑
負
正
負
正
負
午


申
未
酉
戌


負
甲
負
負
亥
負

右互隱通分相消圖丑爲倍左行巳爲後得式午爲減餘式未爲減餘式之左一行乘左行所得之式申爲左行之左一行乘減餘式所得之式戌爲右行酉爲左行甲爲內二行乘得之式亥爲外二行乘得之式乙爲開方式也

湘鄉曾紀鴻校

